



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

ESTUDIO DE VIDA A FATIGA DE ENGRANAJES CÓNICOS EN JOHN DEERE IBÉRICA S.A.

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL
PROYECTO FIN DE CARRERA

Departamento de Mecánica
Mayo de 2009

Autor: Julia Caro González
Directores: Jesús Meneses Alonso
Pedro Rubio

ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN.....	5
1.1.	OBJETIVOS DEL PROYECTO.....	5
1.2.	ESTRUCTURA.....	6
2.	JOHN DEERE IBÉRICA S.A.....	9
2.1.	DESCRIPCIÓN DE LA EMPRESA.....	9
2.2.	PRODUCTOS.	10
2.3.	MERCADOS.	11
2.4.	INSTALACIONES Y MEDIOS PRODUCTIVOS.	13
2.5.	RECURSOS DE JOHN DEERE IBÉRICA.....	13
3.	FUNDAMENTOS TEÓRICOS.	15
3.1.	ENGRANAJES CÓNICOS vs. CILÍNDRICOS.....	15
3.1.1.	Engranajes cilíndricos para ejes paralelos.....	15
3.1.2.	Engranajes concurrentes o cónicos para ejes que se cortan.....	17
3.1.3.	Engranajes hiperbólicos para ejes que se cruzan.	22
3.2.	PERFILES CONJUGADOS.	24
3.2.1.	El perfil de evolvente.....	25
3.2.2.	El perfil cicloide o cicloidal del diente.....	26
3.2.3.	Ventajas y desventajas del perfil de evolvente frente al perfil cicloide.	27
3.3.	ANÁLISIS DE FATIGA. CURVAS S-N.	29
3.3.1.	Tensión cíclica.....	30
3.3.2.	Curvas S-N.	30
3.3.3.	Resistencia y probabilidad de vida a fatiga.....	32
3.3.4.	Factores de influencia sobre la vida a fatiga.....	34
3.4.	TIPOS DE FALLO EN ENGRANAJES.	36
3.4.1.	Wear (Desgaste).	36
3.4.2.	Pitting (picado de la superficie).	37
3.4.3.	Scoring (Estriado).	40
3.4.4.	Fractura.....	42
3.4.5.	Resumen de los tipos de fallos en engranajes.	44
3.5.	TEORÍA CLÁSICA DE CÁLCULO DE ENGRANAJES CÓNICOS	45
3.5.1.	Análisis de fuerzas.	46
3.5.2.	Esfuerzos en los dientes.....	47
3.5.3.	Resistencia a la fatiga.	50
3.5.4.	Durabilidad de la fatiga superficial.....	54
3.6.	FIABILIDAD	59
3.6.1.	Tipos de distribuciones de probabilidad.	60

3.6.2.	Ensayos de fiabilidad.....	62
4.	METODOLOGÍA.....	67
4.1.	TIPOS DE ENGRANAJES PROBADOS.....	67
4.1.1.	Tipos de cajas utilizadas en las pruebas.	67
4.1.2.	Tipos de grupos cónicos utilizados en las pruebas.	68
4.2.	MODOS DE FALLO.	70
4.2.1.	Modo de fallo pitting.....	70
4.2.2.	Modo de fallo bending.	72
4.3.	BANCOS DE PRUEBAS UTILIZADOS.	73
4.3.1.	Four square.	73
4.3.2.	Single box.	80
4.4.	DATOS.....	80
4.4.1.	Clasificación.	81
4.4.2.	Modo de obtención de los datos.	82
5.	MODELO DE CÁLCULO.	85
5.1.	MODELO DE CÁLCULO DE TENSIONES.....	85
5.2.	MODELO DE CÁLCULO DE FIABILIDAD.....	87
5.3.	MODELO DE CÁLCULO DE LAS CURVAS S-N.....	88
5.4.	MODELO DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD.....	90
5.5.	HERRAMIENTA INFORMÁTICA.	91
6.	RESULTADOS.	95
6.1.	RESULTADOS OBTENIDOS DE LOS ENGRANAJES CÓNICOS RECTOS EN FALLO POR PITTING.....	96
7.	CONCLUSIONES.	101
8.	TRABAJOS FUTUROS.....	103
9.	BIBLIOGRAFÍA.....	105

1. INTRODUCCIÓN.

1.1. OBJETIVOS DEL PROYECTO.

Este proyecto fin de carrera se ha realizado en la empresa John Deere Ibérica situada en la localidad de Getafe provincia de Madrid, en la cual se ha realizado un estudio de vida a fatiga de engranajes cónicos. Los engranajes cónicos representan uno de los componentes básicos de los productos suministrados por John Deere Ibérica, y una de las necesidades básicas de dicha empresa es poder predecir la vida de estos engranajes.

Para obtener los resultados requeridos se ha procedido al análisis de los datos obtenidos en las pruebas, desde el año 1986 hasta el año 2005.

La empresa hace una clasificación básica de los engranajes en: 1. engranajes cilíndricos y 2. engranajes cónicos. Los engranajes cilíndricos son simples de generar y la vida a fatiga de éstos es fácil de hallar, ya que son generados por perfil de evolvente. En el caso de los engranajes cónicos no es tan sencillo, ya que al intentar aproximar a ese perfil evolvente, el método de fabricación resulta más complicado y costoso.

El método de fabricación de engranajes empleado en John Deere Ibérica es el de generación, y la máquina usada es el *generador Gleason de engranajes cónicos*. Esta máquina utiliza una corona dentada para controlar el movimiento del diente de cremallera básica con flancos rectos como herramienta generadora. Se puede usar una sola herramienta, pero generalmente se emplean dos simultáneamente, trabajando sobre los dos flancos de un diente.

Este método Gleason para generar los engranajes cónicos tiene su propio sistema de predicción de vida a fatiga. Sin embargo, después de diecinueve años de

pruebas está demostrado que para el tipo de máquinas fabricadas en John Deere Ibérica, este sistema de predicción no es del todo fiable.

La vida a fatiga de los engranajes cónicos depende de muchas variables y resulta complicado obtener resultados precisos. Puede suceder que el cálculo de vida a fatiga sea demasiado conservador lo cual haría aumentar mucho los costes. O por el contrario, no ser lo suficientemente conservador lo que resultaría catastrófico ya que no se llegaría a obtener los resultados requeridos. Hasta ahora, la política en John Deere Ibérica siempre ha sido conservadora y esto ha implicado un mayor costo en la fabricación de estos engranajes.

El objetivo básico de este proyecto es:

- Obtener un método fiable de cálculo de vida a fatiga de los engranajes cónicos utilizados en productos fabricados por John Deere Ibérica.

Como objetivos secundarios se tienen:

- Recopilación, clasificación y organización de los datos de las pruebas realizadas a las cajas de engranajes en John Deere Ibérica.
- Análisis de los tipos de pruebas realizadas, y su validez a la hora de estudiar la vida a fatiga de los engranajes cónicos utilizados.
- Aprendizaje del programa Alta6 de Reliasoft, con el que se ha realizado el estudio de vida a fatiga.

1.2. ESTRUCTURA.

La exposición de este proyecto se divide en varios capítulos de los cuales se hace un breve resumen a continuación.

En este primer capítulo se han expuesto los objetivos marcados para el proyecto, y se procede a exponer la estructura del mismo.

En el segundo capítulo se pretende contar la historia de la empresa en la que se ha realizado el proyecto, especificando sus productos y mercados.

En el tercer capítulo se realizara una breve introducción teórica sobre los engranajes cónicos, los tipos de fallos y la teoría clásica de fiabilidad a fatiga de estos engranajes.

El cuarto capítulo estará dedicado a la metodología que se ha empleado para tratar y clasificar los datos.

En el quinto se hablará del modelo de cálculo escogido para la realización de proyecto y la obtención de los resultados del mismo.

El sexto, séptimo y octavo capítulos, están dedicados a la exposición de los resultados, las conclusiones que se obtienen de los mismos, y los posibles trabajos futuros.

Durante la exposición del proyecto se utilizarán algunos términos en inglés, como por ejemplo los tipos de fallos en engranajes cónicos, ya que la terminología utilizada en la empresa era sin su traducción al español, pero durante todo el proyecto se dará la traducción de cada término y la explicación del mismo.

2. JOHN DEERE IBÉRICA S.A.

2.1. DESCRIPCIÓN DE LA EMPRESA.

Esta empresa fue fundada en el año 1957 bajo el nombre de LANZ IBÉRICA, S.A. siendo su objeto social la fabricación de tractores agrícolas. Posteriormente, en el año 1963, pasó a pertenecer al grupo multinacional DEERE & CO. continuando con el mismo objeto social y cambiando el nombre por el actual. Hasta principios de la década de los 80, la producción de tractores en esta empresa se realizaba con un alto nivel de integración, empleándose los tradicionales sistemas de fabricación y de control de calidad que eran comunes en las empresas occidentales (push-production, fabricación de piezas mediante numerosas operaciones individuales, elevados inventarios de obra en curso, sistemas de control de calidad basados en inspección...), que era alentado por el elevado grado de proteccionismo del mercado español, con importantes aranceles para la importación y leyes de contenido local exigiendo que hasta un 85% del producto final debía ser adquirido en territorio nacional. Por otra parte, las exportaciones eran muy limitadas, dedicándose la mayor parte de la producción al mercado interior.

El proceso de incorporación de España al entonces Mercado Común cambió de forma radical las condiciones de funcionamiento de las empresas industriales, a las que obligó a realizar profundos cambios en sus organizaciones, provocando la desaparición de muchas empresas.

El proceso de adaptación por parte de JOHN DEERE IBÉRICA, S.A. a las nuevas condiciones supuso un profundo cambio que afectó a los productos, mercados, organización y sistemas de producción.



Figura 2.1. Vista desde satélite de John Deere Ibérica S.A.

2.2. PRODUCTOS.

La empresa se dedicó hasta mediados de la década de los 80 a la producción, con un alto nivel de integración, de tractores agrícolas de potencias comprendidas entre los 45 y 120 CV. En la empresa se fabricaban los motores, las transmisiones y el resto de piezas asociadas a esta producción (piezas de chapa, piezas de fundición o forja, etc.).

En el año 1985 comenzó el desmantelamiento progresivo de la fabricación integral, con el cese de la producción de bloques y culatas de motor, motores completos, engranajes de transmisión, transmisiones completas, piezas de chapa, etc. pasando a importar estos componentes de otras unidades del grupo multinacional al que pertenece la empresa. A comienzos de la década de los 90 la actividad de la

empresa quedó limitada al montaje de tractores, actividad que desapareció a finales del año 1994.

Paralelamente a esta desintegración de la producción tradicional de la empresa, se inició una nueva línea de negocio que consistía en fabricar componentes para otras empresas del grupo. La producción de estos componentes consiste principalmente en cajas de transmisión y de distribución de potencia para una gran diversidad de maquinaria agrícola e industrial producida en otras empresas del grupo, tales como cosechadoras de cereales, de algodón, de forraje, etc. empacadoras de pacas cuadradas o redondas, acondicionadores de forraje, tractores agrícolas y de espacios verdes, motoniveladoras, etc. Se producen también enganches tripuntales para tractores de pequeña y mediana potencia (hasta 130 CV) así como ejes y engranajes de distribución para los motores fabricados por JOHN DEERE en distintas fabricas de Europa, EE.UU., México y Argentina.

2.3. MERCADOS.

En el año 1985, la empresa pasó de operar en un mercado nacional escasamente competitivo y ofreciendo un único producto final (tractores agrícolas) a operar en un mercado mundial altamente competitivo, ofreciendo una gran variedad de componentes a unos clientes situados en países con un elevado nivel de desarrollo (Francia, Alemania, EE.UU., Canadá, México, Brasil, etc.).

Este cambio de mercados ha supuesto un profundo cambio de mentalidad de la Empresa en todos sus niveles, vigilando especialmente la satisfacción del cliente con criterios a seguir, como son: calidad, coste (criterios calificadores) y rapidez y fiabilidad en la entrega (criterios de decisión).

La integración de la empresa como proveedora de unos clientes con una producción basada en el "just in time" implica que sea prioritario cumplir con los criterios de rapidez y fiabilidad en la entrega, ya que un retraso en el suministro de un componente significaría la paralización de la producción del cliente. Se asume que la calidad y el coste razonable no pueden faltar en la fabricación de los componentes.

En la Tabla 2.1 se muestra un listado de los principales clientes de John Deere:

Tabla 2.1: listado de los principales clientes de John Deere [1].

FÁBRICA	PAÍS	COMPONENTE SUMINISTRADO	PRODUCTO FINAL
WELLAND	CANADÁ	CAJAS DISTRIBUCIÓN POTENCIA	CORTADORAS ROTATIVAS
HORICON	EE.UU.	CAJAS DISTRIBUCIÓN POTENCIA	CORTADORAS DE CÉSPED
HARVESTER	EE.UU.	TRANSMISIONES	COSECHADORAS
DES MOINES	EE.UU.	TRANSMISIONES	COSECHADORAS DE ALGODÓN
OTTUMWA	EE.UU.	CAJAS DISTRIBUCIÓN POTENCIA	ACONDICIONADORES DE FORRAJE
WATERLOO	EE.UU.	TOMAS DE FUERZA	TRACTORES
AUGUSTA	EE.UU.	ENGANCHES TRIPUNTALES	TRACTORES
DUBUQUE	EE.UU.	ENGRANAJES DE MOTOR	MOTORES
ENGINE WORKS	EE.UU.	ENGRANAJES DE MOTOR	MOTORES
RALEIGH	EE.UU.	CAJAS DISTRIBUCIÓN POTENCIA	CORTADORAS DE CÉSPED
DAVENPORT	EE.UU.	MANDOS FINALES	MOTONIVELADORAS
ARC LES GRAY	FRANCIA	CAJAS DISTRIBUCIÓN POTENCIA	ACONDICIONADORES DE FORRAJE
MANNHEIM	ALEMANIA	ENGANCHES TRIPUNTALES	TRACTORES
ZWEIBRUCKEN	ALEMANIA	TRANSMISIONES	COSECHADORAS
TORREON	MÉXICO	ENGRANAJES DE MOTOR	MOTORES
MONTERREY	MÉXICO	CAJAS DISTRIBUCIÓN POTENCIA	ACONDICIONADORES DE FORRAJE
SARAN	FRANCIA	ENGRANAJES DE MOTOR	MOTORES
HORIZONTALINA	BRASIL	TRANSMISIONES	COSECHADORAS
ROSARIO	ARGENTINA	ENGRANAJES DE MOTOR	MOTORES

2.4. INSTALACIONES Y MEDIOS PRODUCTIVOS.

JOHN DEERE IBÉRICA S.A. está situada en un terreno de 20 hectáreas de parcela en el término municipal de Getafe provincia de Madrid, con una superficie cubierta de 60.000 m². La fábrica, en la que trabajan cerca de 800 personas, está constituida por 4 divisiones de producción especializada: Ejes y Engranajes, Cajas Ligeras de Transmisión, Cajas Pesadas de Transmisión y Enganches Tripuntales.

La fábrica tiene una potencia total instalada de 5.000 kW.

2.5. RECURSOS DE JOHN DEERE IBÉRICA.

Al ser una gran empresa con delegaciones en todo el mundo, John Deere Ibérica dispone de un gran presupuesto para pruebas de validez, homologación y aceptación de ruidos que se emplea en los productos finales y componentes de los mismos.

Durante los últimos veinte años se han estado realizando pruebas de este tipo en todos los productos. Y un componente básico de todos esos productos son los engranajes.

De todas estas pruebas realizadas, se obtienen una gran cantidad de datos o muestras que pueden tratarse estadísticamente para obtener un método fiable de predicción de vida a fatiga de los engranajes cónicos.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.

En este capítulo se realizará una breve descripción de los conceptos teóricos utilizados en el desarrollo de este proyecto.

3.1. ENGRANAJES CÓNICOS vs. CILÍNDRICOS.

Como se puede observar en cualquier libro de teoría de engranajes, una clasificación de los engranajes es función de la disposición relativa de los ejes entre los cuales debe transmitir la velocidad [2]. Siguiendo este criterio, los engranajes se pueden clasificar en:

3.1.1. Engranajes cilíndricos para ejes paralelos.

Con dientes rectos, helicoidales o dobles helicoidales para transmitir velocidad y potencia entre ejes paralelos. Sus características y aplicaciones, varían en función de si es engrane interior o exterior, con dentado recto, helicoidal o doble helicoidal. A continuación se mencionan algunas de sus características más importantes.

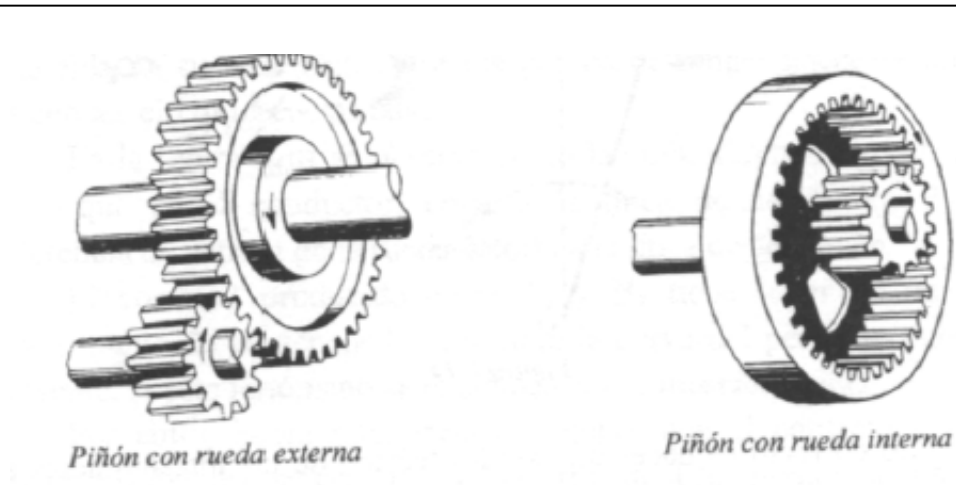


Figura 3.1: Engranajes paralelos, con rueda interna y externa.

- Transmisión de potencia y rendimiento:

Adecuados para transmitir potencias importantes, con rendimiento $>98\%$. Con dentado helicoidal las velocidades a transmitir pueden ser más elevadas debido al contacto progresivo entre los dientes. En dentado recto el acoplamiento es brusco ya que el inicio del contacto se produce con un choque entre los dientes. El dentado recto es más barato pero más ruidoso que los helicoidales.



Figura 3.2: Distintos engranajes cilíndricos.

- Fuerzas axiales:

El dentado recto no origina fuerzas axiales, los helicoidales sí, y cuanto más inclinados sean los dientes mayor es la fuerza axial. Más caros en montaje y fabricación.

- Aplicaciones:

Los engranajes de dientes rectos son los más usados por: fácil fabricación y montaje, pero a cargas elevadas son ruidosos. Los helicoidales se usan en aplicaciones técnicas donde la suavidad de funcionamiento a velocidades elevadas y la disminución de ruidos son determinantes (caja de cambios). Los dobles helicoidales se usan en reductores de gran potencia y dimensiones.

- Fabricación:

Se fabrican a partir de un disco cilíndrico cortado de una plancha o de un trozo de barra maciza redonda. Este disco se lleva al proceso de fresado, en donde se retira material para formar los dientes. La fabricación de estos engranajes es más simple, por lo tanto reduce sus costos.

3.1.2. Engranajes concurrentes o cónicos para ejes que se cortan.

Al ser este tipo de engranajes el objeto del estudio, se procederá a una descripción más exhaustiva de los tipos de engranaje englobados dentro de los engranajes cónicos y su método de fabricación.

- Transmisión de potencia y rendimiento:

Niveles de transmisión de potencia y rendimiento similares a los cilíndricos, pero admitiendo mayores velocidades por una continuidad mayor en el engrane.

- Fuerzas axiales:

Originan sobre los ejes fuerzas axiales, obligando a retener el eje con rodamientos o cojinetes.

- Tipos:

- a. Engranajes cónicos rectos:

En la mayoría de los casos son utilizados para efectuar reducción de velocidad con ejes en 90° , pero también pueden emplearse como cambios de dirección de movimiento, utilizando una relación de engrane 1:1, ó para aumentar el número de revoluciones. Estos engranajes generan más ruido que los engranajes cónicos helicoidales.

Actualmente, apenas se usan, a no ser que la reducción de coste sea imprescindible, y la caja de engranajes esté ubicada en una máquina en la que el ruido que produce esta sea despreciable.

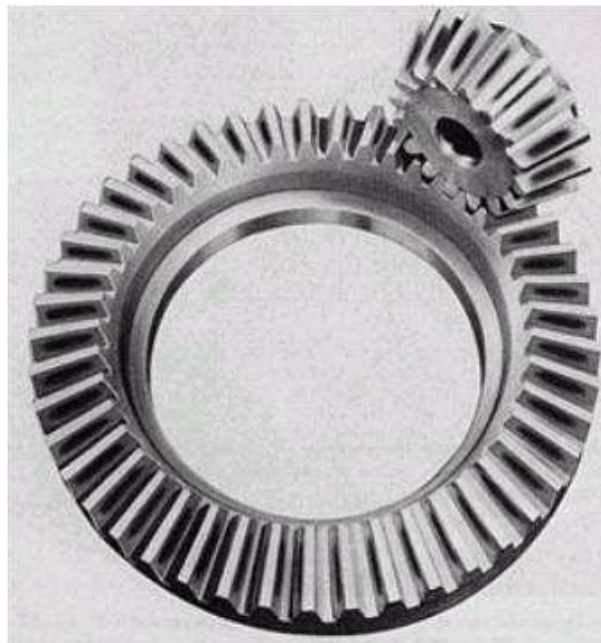


Figura 3.4: Engranaje cónico de diente recto

- b. Engranaje cónico helicoidal

Al igual que el anterior se utilizan, normalmente, para reducir la velocidad entre ejes a 90° , aunque puede tener las mismas excepciones que el engranaje cónico de diente recto. La diferencia con el cónico recto es que posee una mayor superficie de contacto (ver la parte ennegrecida de la Figura 3.4), y por lo tanto, su

funcionamiento es relativamente silencioso. Se utilizan en las transmisiones traseras de camiones y automóviles.

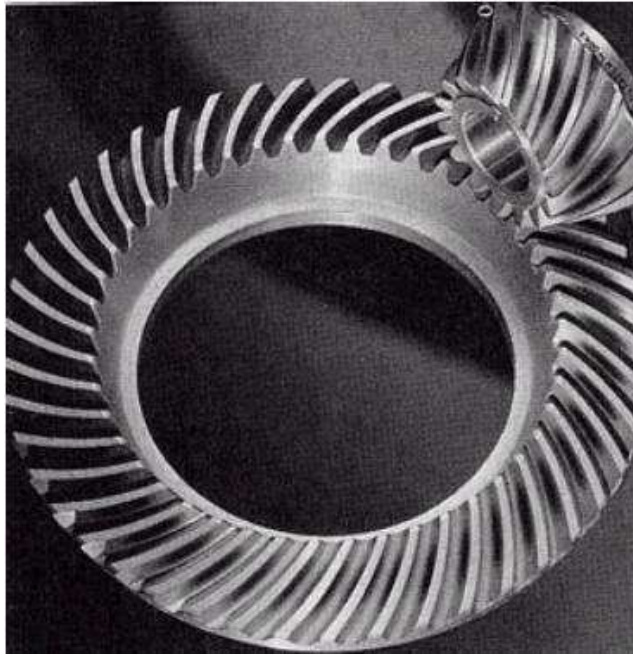


Figura 3.5: Engranaje cónico de diente helicoidal

- **Fabricación:**

El método de fresado es muy usado para la talla inicial o para labrar las ruedas cónicas. Las ruedas cónicas de precisión con dientes rectos no pueden terminarse con una fresa conformada. El método más común para tallar engranajes cónicos es el de generación, y la máquina más comúnmente usada para este objeto es el *generador Gleason de engranajes cónicos* (empleado por John Deere Ibérica), el cual utiliza una corona dentada para controlar el movimiento del diente de cremallera básica con flancos rectos como herramienta generadora. Se puede usar una sola herramienta, pero generalmente se emplean dos simultáneamente, trabajando sobre los dos flancos de un diente.

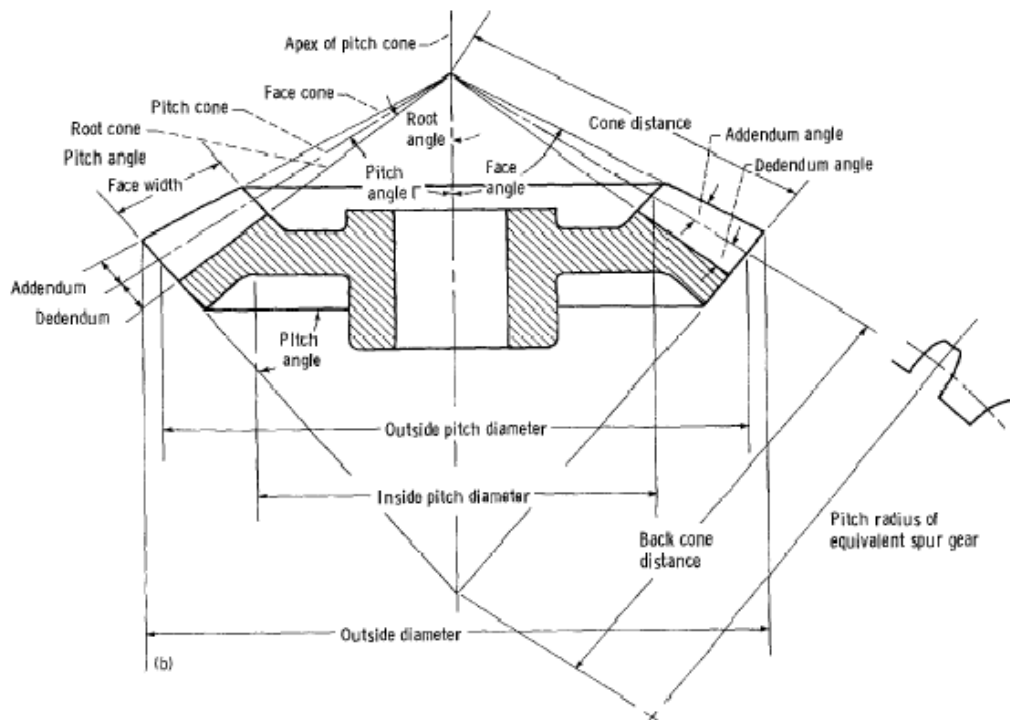


Figura 3.6: Nomenclatura de engranajes cónicos. (John J. Coy, 1985)[3]

Las *ruedas dentadas cónicas espirales* tienen los dientes curvos los cuales no son espirales verdaderas. Para la fabricación se usa una fresa circular, parecida a la cilíndrica o recta, es decir, la fresadora cepilladora. Se emplean cuchillas con sección de diente de cremallera con flancos rectos. En el desbastado, para proporcionar la inclinación radial y salida para la viruta, dientes alternos de la fresa tallan los flancos opuestos de un hueco entre dientes. Después de acabado o terminado el hueco, se gira la pieza base con un índice del plato divisor, igual que cuando se tallan dientes rectos o de engranajes cilíndricos.

Para el acabado en la fabricación en serie, se usa una fresa, la cual sólo termina un flanco de los dientes. Un segundo juego de máquina y fresa termina el otro flanco. Las ruedas dentadas hipoidales se fabrican en la actualidad en *generadores hipoidales Gleason* con la fresa colocada unos 5 cm. por debajo del centro del piñón. Recientemente, la Illinois Tool Co. introdujo los engranajes "Spiroid"; similares a los hipoidales y son utilizados en transmisiones en ángulo recto y con altas relaciones de cambio.

En los engranajes fabricados de esta forma tan complicada, los cuales no pueden rectificarse después del tratamiento térmico, se suele realizar el asentamiento rodando rueda dentada y su piñón, con un aceite que contenga un elemento abrasivo fino que se pulveriza entre los dientes a engranar.

3.1.3. Engranajes hiperbólicos para ejes que se cruzan.

Se utilizan para la transmisión entre ejes que se cruzan. La posición relativa entre los ejes se define mediante la distancia mínima 'a' y el ángulo de convergencia. Además de movimiento de rodadura en el engrane, existe deslizamiento dando lugar a una disipación de energía por fricción muy superior con lo que se obtiene un rendimiento más bajo.

- Transmisión de potencia y rendimiento

Este tipo de engranajes, no son adecuados para potencias elevadas debido a su bajo rendimiento (puede llegar a ser de hasta menos del 50%). El dentado de los engranajes de un tornillo sin fin tienen contacto lineal y pueden transmitir fuerzas elevadas, pero con rendimiento muy bajo, e irreversibles. Los helicoidales establecen contacto a través de puntos y son adecuados para aplicaciones cinemáticas.

- Fuerzas axiales

Todos originan fuerzas axiales.

- Ruido

Son silenciosos y de funcionamiento suave debido al contacto progresivo que se establece al engranar.

- Aplicaciones

Helicoidales: permiten gran versatilidad en la relación de transmisión, distancia mínima y ángulo de convergencia, pero la baja capacidad de transmitir potencia limita sus aplicaciones a las cinemáticas.

- Tipos:

- a. Engranajes helicoidales cruzados

Existen dos disposiciones del dentado para obtener movimientos contrarios de la rueda conducida.

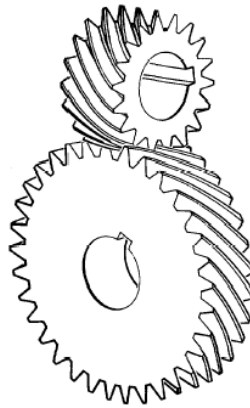


Figura 3.7: Engranaje con eje cruzado y diente helicoidal.

- b. Engranaje cónico hipoide.

Parecidos a los cónicos helicoidales, se diferencian en que el piñón de ataque está descentrado con respecto al eje de la corona. Esto permite que los engranajes sean más resistentes. Este efecto ayuda a reducir el ruido del funcionamiento. Se utilizan en máquinas industriales y embarcaciones, donde es necesario que los ejes no estén al mismo nivel por cuestiones de espacio.

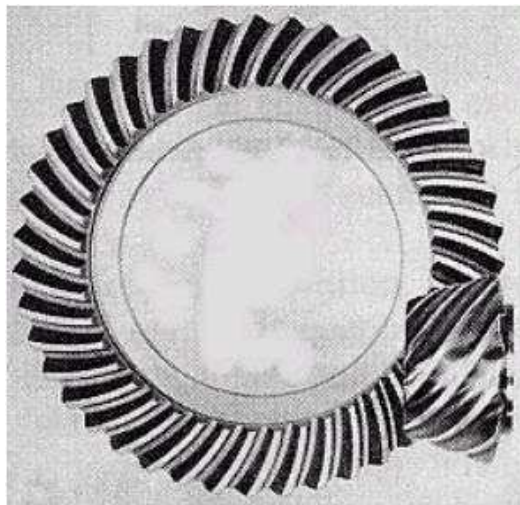


Figura 3.8: Engranaje cónico hipoide.

Este tipo de engranaje necesita un tipo de aceite de extrema presión para su lubricación.

c. Tornillo sin fin.

Permiten la transmisión de potencia sobre ejes perpendiculares. Es un caso extremo de engranajes hipoidales, ya que esta descentrado al máximo. Se aplica para abrir puertas automáticas de casas, edificios, en direcciones de vehículos de todo tipo. Poseen además un bajo coste y son autoblocantes, es decir, que es imposible mover el eje de entrada a través del eje de salida.

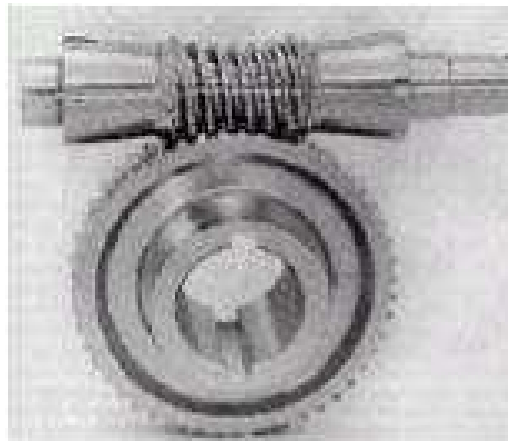


Figura 3.9: Tornillo sin fin.

3.2. PERFILES CONJUGADOS.

Para asegurar que un par de ruedas tiene una relación de transmisión $i = \omega_2 / \omega_1$ constante, hay que mantener la condición de engrane o ley fundamental de engrane la cual dice que la normal común al perfil del diente en el punto de contacto debe pasar siempre por un punto fijo, llamado punto de tangencia, con el fin de mantener constante la razón de las velocidades de los dos engranajes.

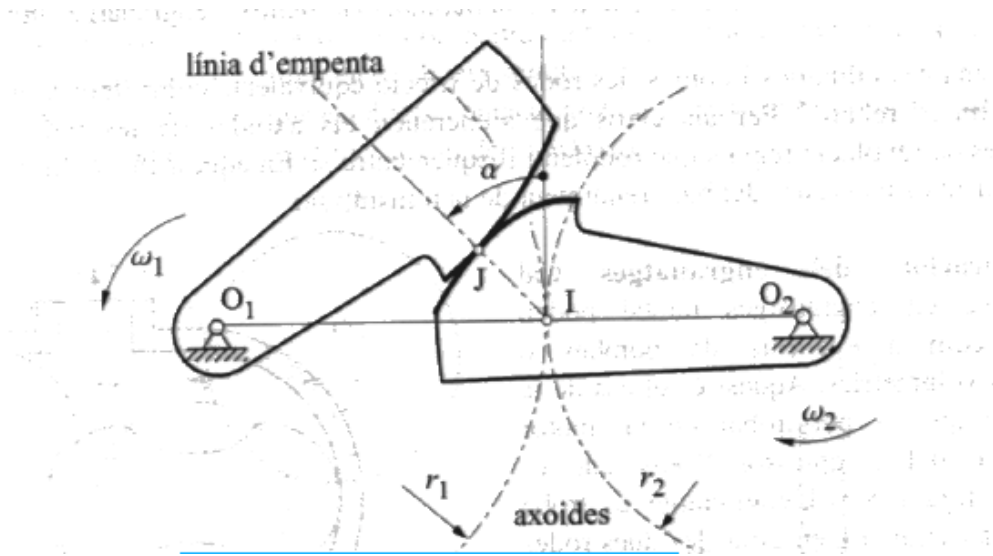


Figura 3.10: Condición de engrane [2]

En la figura 3.10 se muestran dos perfiles planos 1 y 2 que forman un par superior plano y giran respectivamente alrededor de los puntos O_1 y O_2 . Estos perfiles conjugados se llaman conjugados y se dice que cumplen la condición de engrane si mantienen constante la relación de transmisión $i = \omega_2 / \omega_1$.

Los perfiles que cumplen esta condición se llaman *perfiles conjugados*.

De las configuraciones posibles para la geometría de los dientes la evolvente y la cicloide son las más comunes.

3.2.1. El perfil de evolvente.

El perfil del diente, es decir la forma de sus flancos, está constituido por dos curvas evolventes de círculo, simétricas respecto al eje que pasa por el centro del mismo.

El perfil de evolvente se puede definir como la curva descrita por un punto de una recta (generatriz) que rueda sin deslizar sobre una circunferencia fija (circunferencia-base)[4]. La parte del perfil del diente que está debajo de la circunferencia-base ya no es "evolvente".

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_{b1}}{r_{b2}}$$

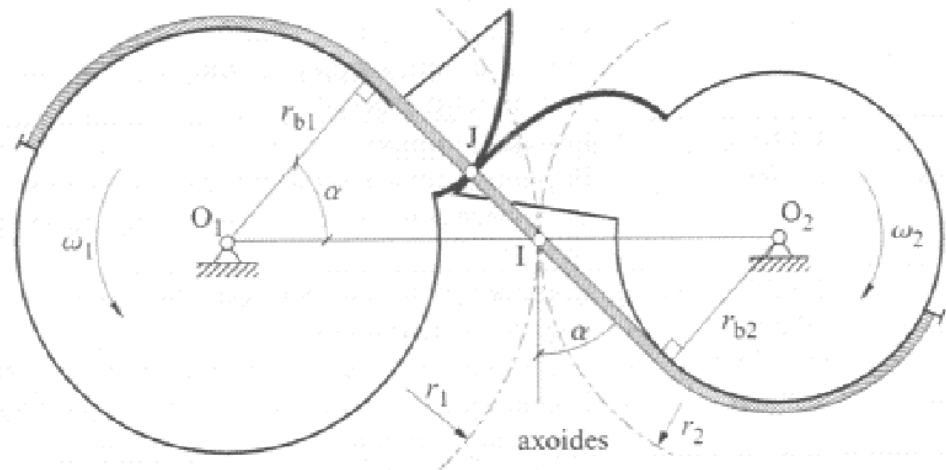


Figura 3.11: Descripción del perfil de evolvente.

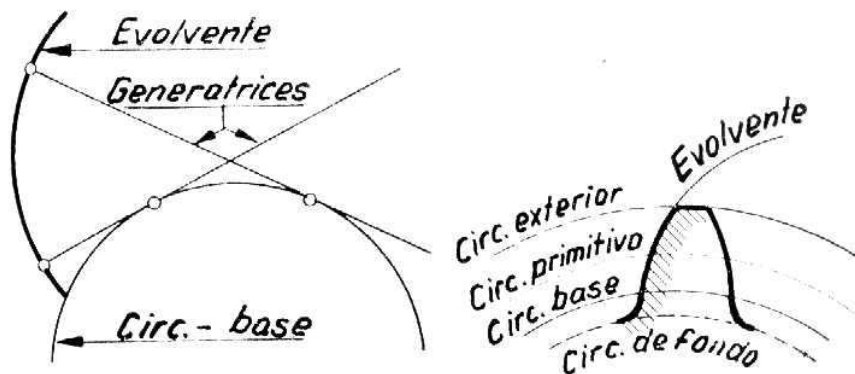


Figura 3.12: Trazado de la evolvente.

3.2.2. El perfil cicloide o cicloidal del diente.

Se forman cuando un círculo rueda sobre el exterior y el interior de los círculos de rodadura o círculos primitivos llamado C y D en la Figura 3.13, en la que se ilustra una porción de dos ruedas con dientes cicloidales. El contacto acaba de empezar en *a*, y a medida que las ruedas giren el punto de contacto se desplazará a lo largo de

la trayectoria curvilínea aOb , cesando en b . Se ha trazado la normal al primer punto de contacto y es evidente que la inclinación de la normal con respecto a la tangente común de los dos círculos primitivos es máxima en este punto, y varía constantemente de dirección, aunque pasando siempre por O .

Puede demostrarse que en el sistema evolvente la relación de las velocidades angulares permanece constante, dentro de los límites de actuación, sean o no tangentes los círculos primitivos; pero para la transmisión de una relación constante de velocidades con engranajes cicloidales los círculos primitivos tienen que permanecer tangentes.

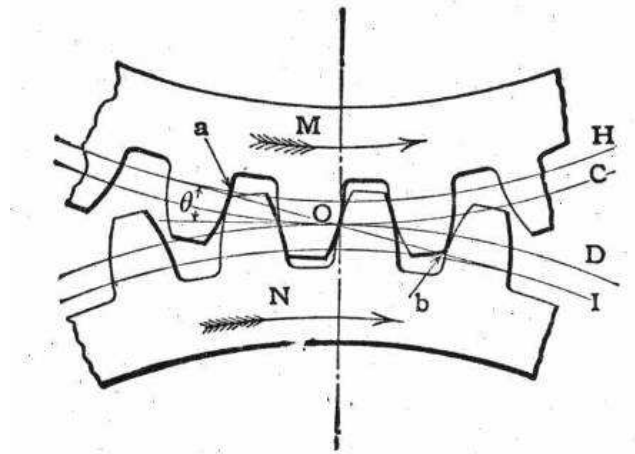


Figura 3.13: Perfil cicloide.

3.2.3. Ventajas y desventajas del perfil de evolvente frente al perfil cicloide.

Las ventajas del sistema de engranajes con perfil evolvente son las siguientes:

- Economía del procedimiento de tallado. Reducción de la cantidad de útiles.
- Curva continua en todo el flanco (recta, en la cremallera). En el sistema cicloidal, el flanco está formado por dos curvas y, por tanto, la ventaja del primero, en cuanto a facilidad de mecanizado, es indudable.
- Los engranajes con dientes en evolvente, son los únicos que pueden funcionar con distancias variables entre centros, conservando uniforme la relación de velocidad angular. La variación de distancia entre centros hace variar el "ángulo de presión de funcionamiento". Cuando dicho ángulo

aumenta, aumenta también la presión sobre los cojinetes de apoyo de los ejes.

- El diente con perfil de evolvente es más sólido, a igualdad de paso, que el cicloidal.
- En los engranes de perfil cicloidal el contacto se efectúa entre superficies convexas y cóncavas, en tanto que en los de evolvente el contacto se realiza entre superficies convexas o entre superficies convexas y planas.
- Puede demostrarse que en el sistema evolvente la relación de las velocidades angulares permanece constante, dentro de los límites de actuación, sean o no tangentes los círculos primitivos; pero para la transmisión de una relación constante de velocidades con engranajes cicloidales los círculos primitivos tienen que permanecer tangentes.

Y como desventajas del perfil en evolvente, cabe señalar:

- Presión sobre los cojinetes, que tiende a separar los dos elementos, rueda y piñón. De todos modos, esto también ocurre en el perfil cicloidal, excepto cuando el contacto entre dientes conjugados tiene lugar en el primitivo.
- Las superficies conjugadas son, en ambos dientes, convexas, excepto en las ruedas de dentado interior.
- La lubricación de los dientes cicloidales es, pues, algo más eficaz que la de los dientes de evolvente, y esta propiedad es útil en las transmisiones por tornillo sin fin que transmiten cargas importantes.
- Hay que evitar la penetración en la talla por generación en algunos casos.

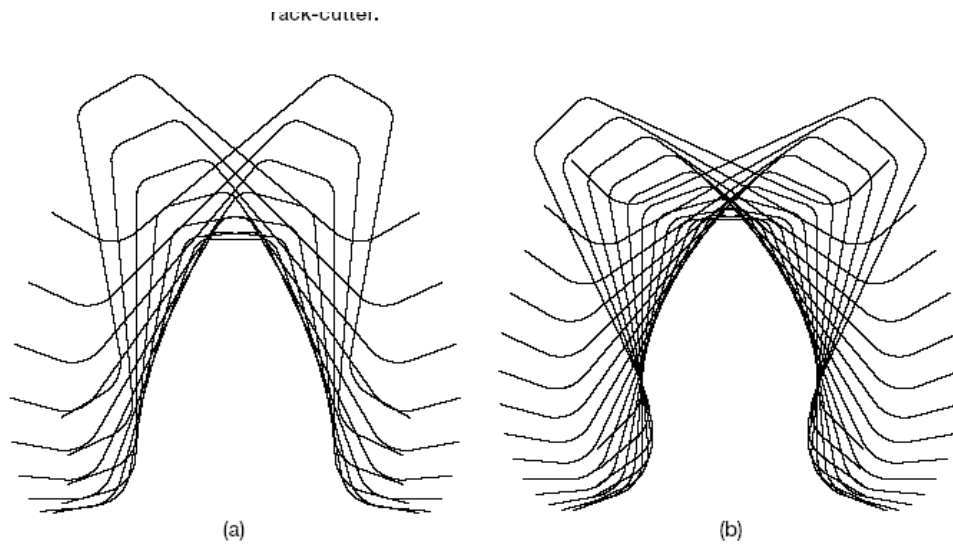


Figura 3.14: Generación de perfil de evolvente por cremallera recta, (a) sin penetración; (b) con penetración, [5].

3.3. ANALISIS DE FATIGA. CURVAS S-N.

La *fatiga* es la condición por la cual un material se agrieta o falla como resultado de esfuerzos repetidos (cíclicos). Desde un punto de vista ingenieril, se debe definir rigurosamente la fatiga como el cambio estructural permanente, localizado y progresivo que tiene lugar en un material sujeto a deformaciones repetidas o fluctuantes. Por lo general, estas deformaciones se presentan a esfuerzos menores que la resistencia última de tracción del material en un ensayo estático, y aparecen con frecuencia para esfuerzos menores que el límite de fluencia del material. La fatiga puede afectar prácticamente a todos los materiales de ingeniería sujetos a esfuerzos cíclicos. Los esfuerzos cíclicos incluyen los que producen las cargas externas repetitivas (tensión cíclica) y los esfuerzos térmicos que resultan del calentamiento y enfriamiento alternados.

Se define la *vida de fatiga* de un componente o material como el número total de ciclos de esfuerzo necesarios para causar la falla. El método más común de estudiar la vida a fatiga es utilizar cargas cíclicas de amplitud constante y registrar el número de ciclos hasta la rotura (figura 3.15).

3.3.1. Tensión cíclica.

La degradación por fatiga y todas sus medidas (las curvas S-N, la evolución de la variable resistencia residual, etc.) son dependientes del tipo de tensión cíclica, por lo tanto, se precisa una correcta descripción de los parámetros que la definen [6].

Cada punto de un elemento estructural, sometido a cargas cíclicas a lo largo de un periodo de tiempo estará sujeto a una tensión también variable. Para definir esta tensión cíclica se necesitan varios parámetros: valor de tensión máxima, tensión mínima, periodo, forma de la evolución temporal, etc. Mientras que algunos de ellos afectan mucho al comportamiento a fatiga del material, otros influyen de manera inapreciable. Así, comúnmente se admite que los valores de tensión máxima y mínima son parámetros importantes y, en cambio, la frecuencia o la forma de la evolución temporal tienen una influencia más bien escasa.

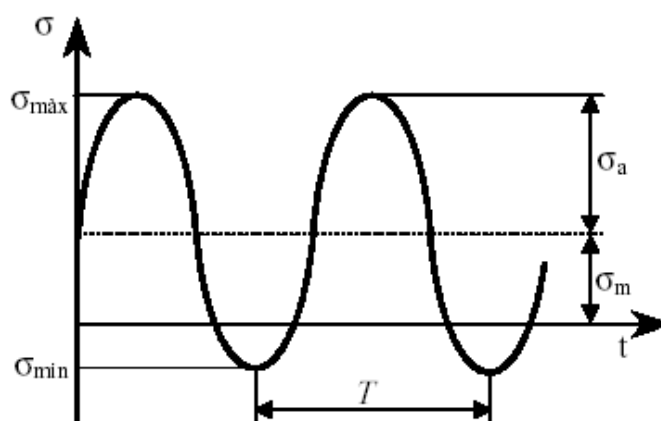


Figura 3.15: Carga cíclica típica en periodo T [6].

3.3.2. Curvas S-N.

Los datos de las pruebas de la vida a fatiga generalmente se presentan en la forma de curvas S-N, en donde los esfuerzos alternantes o ciclos, S , -la máxima tensión aplicada- se representan frente a la cantidad de ciclos hasta la rotura, N .

Las curvas en el plano S-N, o curvas de Wöhler, llamadas así debido a que éste fue el primer autor que las dedujo para metales (Wöhler 1871), permiten caracterizar el comportamiento a fatiga del material sometido a tensión cíclica de

características invariables. De hecho las curvas S-N permiten conocer el número de ciclos necesarios para que una carga que induzca una tensión de amplitud constante rompa una probeta.

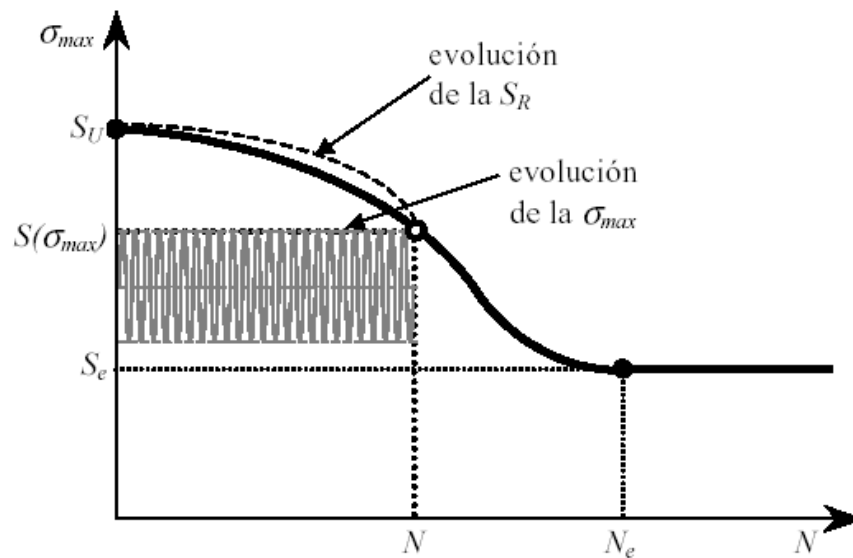


Figura 3.16: Curva S-N.

El estudio de estas curvas revela que a medida que disminuye el nivel de las tensiones aplicadas, aumenta la cantidad de ciclos hasta la rotura.

En aleaciones ferrosas y algunas aleaciones de titanio, existe un límite de esfuerzo por debajo del cual se observa que no se produce la baja por fatiga.

A este límite se le conoce como *límite de fatiga*. Los materiales compuestos presentan generalmente una mayor resistencia a la fatiga, que se traduce en un límite de fatiga superior. Esto obliga a un tratamiento especial.

El primer hecho a destacar es que, según se observa en la figura 3.17, la curva S-N parece seguir una línea recta cuando se representa en una escala logarítmica, con lo que puede ser representada a partir de datos experimentales mediante una ley exponencial en el que los parámetros son fácilmente estimados mediante una simple regresión lineal.

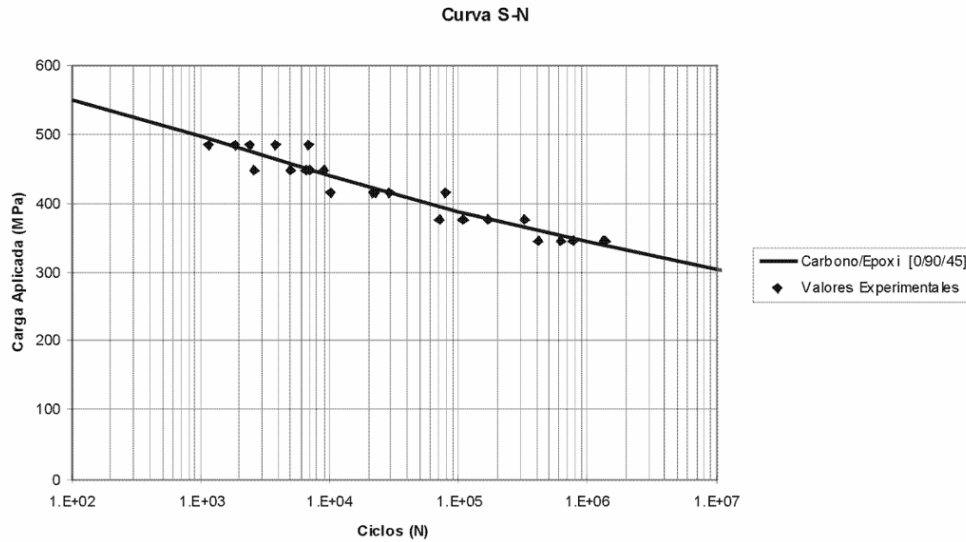


Figura 3.17: Ejemplo de curva S-N, en escala logarítmica.

Esta característica, comúnmente aceptada por debajo del millón de ciclos, no se cumple por encima de ese límite. Es por ello que se recomienda, para aplicaciones de ciclos altos, el uso de una ley que incluya más parámetros de ajuste. Por ejemplo:

Curva S-N exponencial: $KS^b N = 1$

Curva S-N de tres parámetros: $S [A + B(N - 1)]^c = 1$

Nótese que, cuando $B = 1$, obtenemos la clásica ley exponencial.

3.3.3. Resistencia y probabilidad de vida a fatiga.

La resistencia a fatiga, se emplea generalmente para determinar la resistencia longitudinal a cortadura. Conviene destacar que generalmente la resistencia a fatiga en un ensayo compresión-compresión es ligeramente superior a la resistencia en un ensayo tracción-tracción para laminados que presentan fibras desalineadas respecto

al eje de carga, debido a que en estos laminados los modos de fallo predominante son los de agrietamiento en la matriz, fenómeno que se amplifica en un material sometido a tracción. También es conveniente resaltar la relación que parece existir entre la resistencia a fatiga de un laminado multidireccional y la resistencia a fatiga de un laminado a 0° , como se aprecia en la figura 3.18.

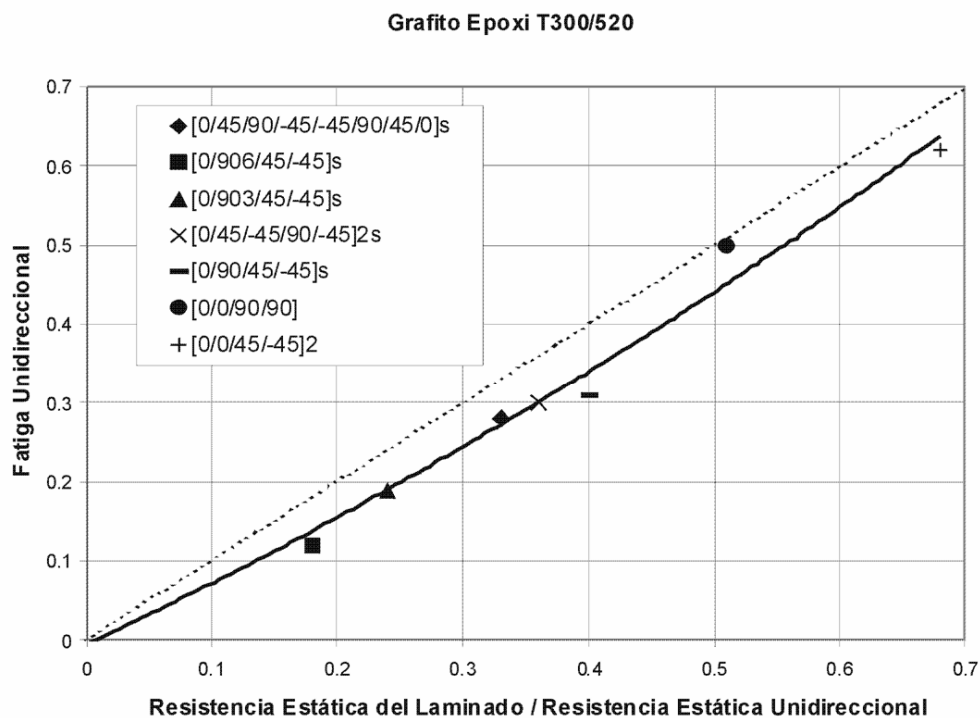


Figura 3.18: Ejemplo de Resistencias estáticas y de fatiga normalizadas con respecto a las resistencias del laminado unidireccional.

Un método aún más adecuado para la predicción de fatiga en materiales compuestos es aquel que considera que la probabilidad de vida a fatiga sigue una distribución de Weibull de tres parámetros, en la que se observa que el factor de forma de la distribución es independiente del nivel de tensión aplicado, lo que permite una estimación a ciclos bajos que es fácilmente extrapolable para ciclos más altos, con el consiguiente ahorro en tiempo de ensayos.

$$P(N) = \exp \left[- \left(\frac{N - \Delta}{\beta_f} \right)^{\alpha_f} \right]$$

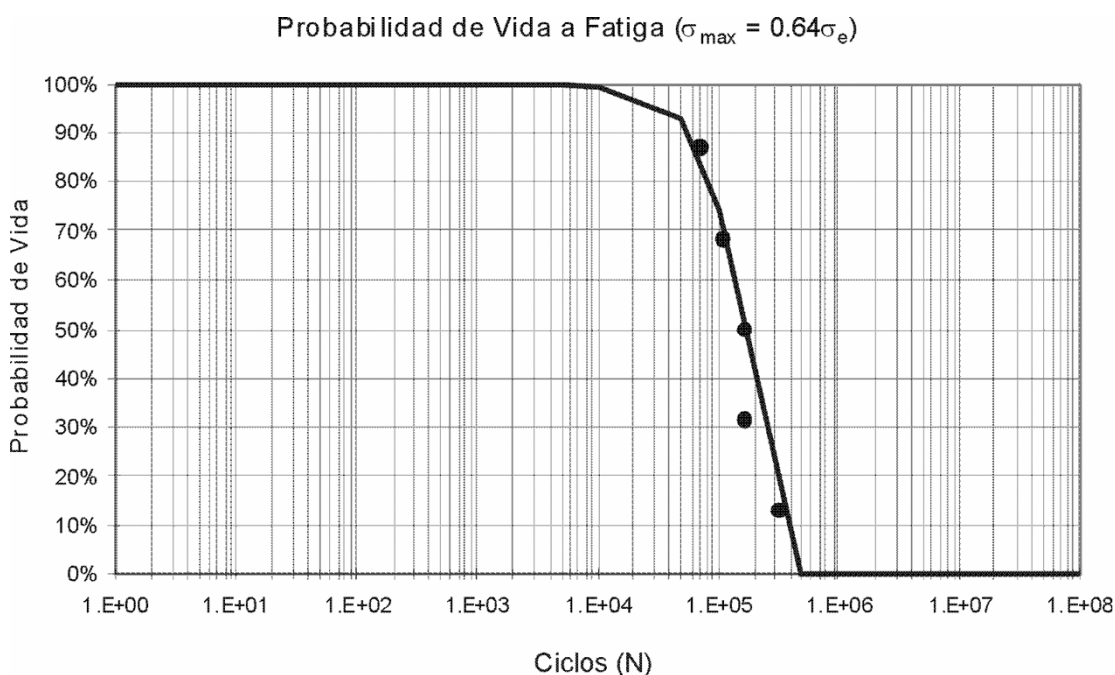


Figura 3.19: Ejemplo de gráfico de probabilidad de vida a Fatiga de un Carbono/Epoxy, para una carga aplicada de 0.64 veces su resistencia estática, σ_e [6].

3.3.4. Factores de influencia sobre la vida a fatiga.

Los factores que afectan a la vida de fatiga son varios, pero pueden incluirse en tres categorías: factores *mecánicos*, *micro estructurales* y *medioambientales*. Los primeros tratan la tensión aplicada y la concentración de esfuerzos. Se deduce que se pueden obtener mejoras importantes en la vida a fatiga por medio de un diseño apropiado y la atención cuidadosa a los factores mecánicos que intervienen en una situación particular de fatiga.

Los factores micro estructurales juegan un papel importante, sobre todo la orientación micro estructural, tan acusada en un material anisótropo. En cuanto al

medioambiente, pueden considerarse como casos especiales de fatiga, e incluyen efectos térmicos, fatiga de contacto y los efectos de corrosión.

El tercer modo de degradación microscópica que tiene lugar en la secuencia que causa el desarrollo del daño en laminados consiste en la aparición de grietas secundarias. Estas grietas secundarias se forman generalmente en el último tramo de la vida de una probeta o pieza. Se producen debido al campo de tensiones normales que se crea paralelo a las grietas primarias. En algunas ocasiones, estas grietas secundarias se extienden a lo largo del espesor del laminado y recorren distancias considerables atravesando capas adyacentes.

Sin embargo, es más común que estas grietas limiten su longitud alejándose poco de los extremos de las grietas primarias en la dirección del plano que contiene ambas grietas, introduciéndose ligeramente en el espesor de la capa que contiene a la grieta secundaria. En materiales de matriz polimérica, es frecuente encontrar un gran número de grietas secundarias distribuidas a lo largo de todo el espesor.

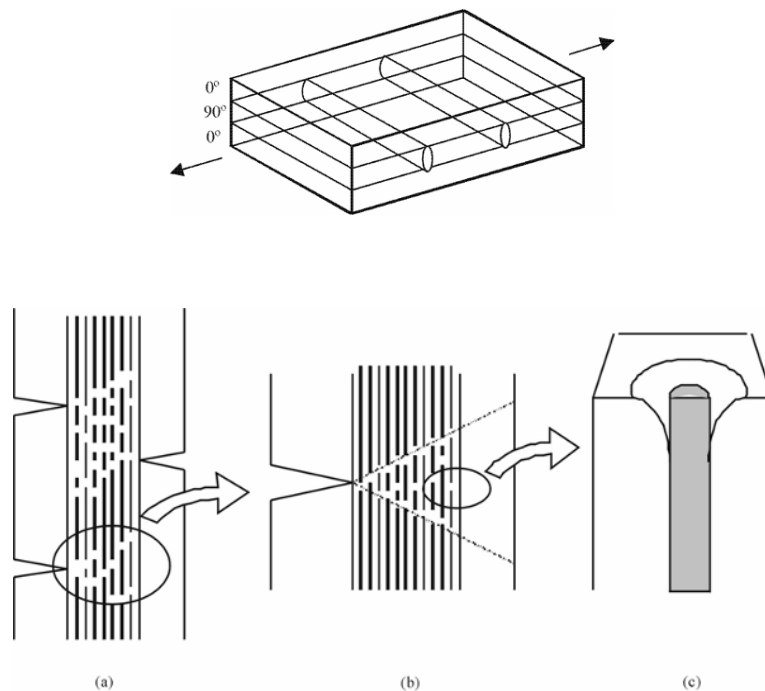


Figura 3.20: Diagrama esquemático del modo de fractura asociado a las grietas en la matriz: (a), la distribución de las fracturas a través de las capas adyacentes junto a una grieta principal en la matriz (b), y la separación fibra-matriz junto a los extremos de las fibras rotas

3.4. TIPOS DE FALLO EN ENGRANAJES.

A continuación se describirán brevemente cada uno de los posibles fallos en engranajes [7].

3.4.1. Wear (Desgaste).

- Desgaste moderado:

Se tiene un desgaste moderado en el diente del engranaje cuando se pueden observar pequeñas cantidades de material desprendido. Este desprendimiento suele producirse a lo largo de la línea del diámetro primitivo, y en un espacio de tiempo relativamente largo.

Causas: Se debe a que la película lubricante es demasiado delgada.

Soluciones: Emplear lubricantes dotados de una mayor viscosidad. Trabajar a mayor velocidad para construir la película lubricante mas espesa. Utilizar materiales con mayor resistencia al desgaste.

- Desgaste excesivo:

Se produce cuando el desgaste moderado progresa la superficie desprendida se agranda. En este caso la línea del diámetro primitivo está muy marcada y empieza a haber signos de pitting (este tipo de fallo se desarrolla más adelante).

Causas: Avance del desgaste moderado.

Soluciones: Aumentar la fuerza y/o la viscosidad del lubricante. Aumentar la velocidad en el diámetro primitivo. Material del engranaje más resistente al desgaste.

- Abrasión:

En los casos de desgaste por abrasión aparecen, en la superficie de contacto, signos de pulido excesivo, ralladura y surcos radiales.

Causas: Material externo en el sistema de lubricación.

Soluciones: Uso de filtros en el sistema de lubricación, o usar uno más fino.
Alternativamente se puede aumentar la viscosidad en el lubricante.

- Corrosión:

Desgaste de la superficie por acción química.

Causas: Sustancias químicas corrosivas presentes en el aceite que atacan las superficies de contacto, debido a un ambiente corrosivo de trabajo.

Soluciones: Ya que en la mayoría de los casos no se puede cambiar el ambiente, hay que utilizar lubricantes con alto nivel de aditivos propios para cada tipo de ambiente corrosivo.

3.4.2. Pitting (picado de la superficie).

Es un fallo por fatiga que tiene lugar en la superficie, se produce cuando se excede el límite de resistencia superficial del material. Este fallo depende de la tensión en el contacto (contact stress) y de la relación número de ciclos-tensión.

- Pitting inicial:

Está caracterizada por pequeños agujeros entre 0.4 y 0.8 mm. Se localiza en zonas de sobreesfuerzo. Progresivamente se van eliminando los puntos altos de contacto (crestas, producidas en la fabricación del engranaje), por lo que la carga tiende a distribuirse. Este tipo de pitting cesa cuando quedan limadas las pequeñas irregularidades de la superficie de contacto y por tanto la carga queda distribuida uniformemente.

Causas: Sucede cuando las superficies del diente del engranaje no están talladas apropiadamente, resultados de una evolvente menor o irregularidades en las superficiales locales.

Soluciones: Dando a los dientes del engranaje una superficie lisa y procurar que la carga en los contactos de los dientes del engranaje esté distribuida a lo largo de toda la malla del diente.

- Pitting destructivo:

En este tipo de pitting los agujeros de la superficie son considerablemente más grandes en diámetro y profundidad que los asociados al pitting inicial. La sección del pie del diente del engranaje conductor a menudo es el primero que experimenta un fallo severo por pitting. Suele empezar en un sólo diente, ya que no todos los dientes son exactamente iguales, pero esta operación continúa, y el pitting normalmente progresa debido a la presión que ejerce el lubricante en las capas superficiales deterioradas. Este tipo de fallo suele considerarse destructivo a partir de una superficie de 6 mm².



Figura 3.22: Engranaje fallado por pitting. Alrededor de 8 mm². Pruebas realizadas en John Deere Ibérica.

Causa: Surge por una sobrecarga superficial, el pitting progresa hasta que el perfil del diente queda totalmente destruido, causando una operación extremadamente áspera y ruido considerable. La rotura por fatiga o bending, suele ser originado por un agujero causando un prematuro fallo por rotura del diente.

Soluciones: Manteniendo la carga en la superficie por debajo del límite de resistencia superficial del material. También se puede incrementar la dureza del material. A veces el pitting se puede detener por incremento del nivel de dureza, sólo del miembro conducido.

- Spalling:

Es similar al pitting destructivo, pero los agujeros normalmente son más grandes en diámetro y más pequeños en profundidad. A menudo ocurre en materiales de dureza media, además de producirse cuando el material está altamente cargado superficialmente y completamente endurecido.

Causa: Igual que en el pitting está producida por un exceso de tensión de contacto.

Remedio: Reducir la tensión de contacto por debajo del límite de resistencia superficial del material. Endureciendo el material, por métodos de templado, se le dará un incremento de la dureza superficial.

- Case Crushing (rotura de la superficie):

A menudo este tipo de fallo no es considerado como si fuese pitting, pero puede parecer similar ya que el daño tiene lugar en la superficie de contacto del diente. El Case crushing se produce en engranajes templados y altamente cargados en la superficie, tales como los caso de engranajes cementados o nitrados. A menudo, el case crushing sólo afecta a uno o dos dientes del piñón o de la corona. Aparecen grandes grietas longitudinales en la superficie, y trozos alargados de material se desprenden de la superficie del diente a lo largo de una línea de desprendimiento justo por debajo de la unión del núcleo con la capa superficial endurecida.

Causa: Las grietas se originan justo por debajo de la superficie cuando la tensión excede la fuerza de sub-superficial del material. Estas grietas se propagan a lo largo del límite entre la superficie endurecida y el núcleo, a la superficie del diente del engranaje. Al alcanzar varias grietas la superficie del diente, se produce el desprendimiento del material. En definitiva estos fallos están causados por una insuficiencia en la profundidad de la superficie endurecida.

Remedio: En la mayoría de los casos se deja de contemplar este fallo cuando se incrementa la profundidad efectiva de la superficie endurecida del

material. También se puede reducir la tensión de contacto por debajo del límite de resistencia del material, pero esto ya depende de la utilidad que se le de al engranaje. Endureciendo el material, o cambiándolo por un material más duro se le dará un incremento de la dureza superficial.

3.4.3. Scoring (Estriado).

Rápido desgaste que resulta de un fallo en la película de lubricante debido a un recalentamiento en el engrane, produciendo contacto entre metal y metal. Este contacto produce micro soldaduras entre las partes metálicas en contacto, las cuales hacen que el metal se desprenda rápidamente de las superficie de los dientes.

- Scoring moderado:

Este tipo de fallo tiene un patrón de desgaste característico, y aparece en el addendum o el dedendum (o en ambos) de los dientes del engranaje. Ocasionalmente, hay indicaciones de las marcas radiales; sin embargo, éste no es siempre el caso. Generalmente, los engranajes de material duro aparecen cristalizados. Los engranajes de un material menos duros muestran una cierta cristalización junto con marcas radiales finas.

Causa: Exceso de calor en el engrane debido a la rotura de la película lubricante.

Remedio: Reducir la cantidad de calor en el acoplamiento reduciendo la carga transmitida o la velocidad en las ruedas. También puede reducir la temperatura del aceite a su entrada. Sustituir el lubricante por otro con aditivos para alta presión.



Figura 3.23: Engranaje con scoring moderado. Pruebas realizadas en John Deere Ibérica.

- Scoring destructivo:

En este caso las marcas radiales ya son rasguños definidos en la dirección en la que entra el lubricante. A menudo el material se desplaza radialmente hacia el extremo del engranaje. También, hay considerable cantidad de material que se desprende por debajo del diámetro primitivo, y la línea del mismo queda fuertemente marcada. El perfil del diente queda totalmente destruido y en engranaje que da inservible.

Causa: La causa más común es por el uso de un lubricante inadecuado para las condiciones de trabajo, o por un exceso de temperatura de trabajo, de carga superficial, o exceso de velocidad de la superficie del engranaje, todo lo que produce una generación de calor excesivo. Cuando la película lubricante se rompe, el desgaste y el rasgado que produce el desprendimiento del material destruye el perfil del diente en pocos minutos.

Remedio: Las propiedades del lubricante deben estar por encima de las condiciones de la carga, de la velocidad y de la temperatura en el engrane. En este caso también son útiles los aditivos para lubricantes de alta presión. En el engranaje se debe intentar reducir la tensión superficial, la pérdida de contacto y la velocidad en el diámetro primitivo.

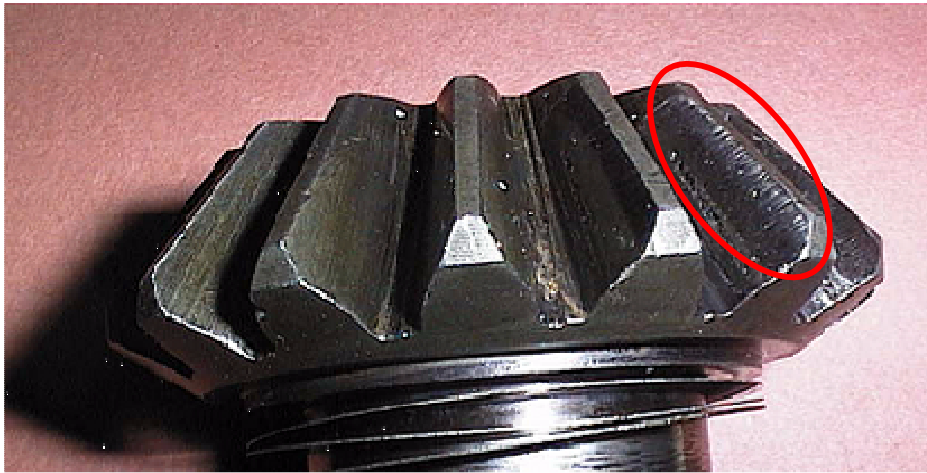


Figura 3.24: Engranaje con scoring destructivo. Pruebas realizadas en John Deere Ibérica.

3.4.4. Fractura.

Fallo en el que se produce la rotura total o parcial de un diente, esto puede ser resultado de una sobrecarga o, más comúnmente, porque la tensión cíclica en el diente del engranaje esté por encima del límite de resistencia del material.

- Bending (fractura por fatiga):

El fallo en el diente por fatiga a flexión resulta generalmente de una grieta que se origina en la sección de la raíz del diente del engranaje, la grieta se propaga por el material y una parte o la totalidad del diente se rompe. A menudo hay evidencia del centro de fatiga o foco de rotura. En la rotura se observan signos de fretting (serrado) y las naturales marcas onduladas en el área de ruptura. Generalmente hay un área pequeña que demuestra un aspecto áspero, dentado, indicando que ésta era la última porción del diente que se desprendió

Causa: Hay muchas causas del fallo por bending. La mayoría resultan de un exceso de carga en el diente, lo que produce un exceso de tensión en la raíz por encima del límite de resistencia del material. Cuando los engranajes se cargan de este modo y se someten a bastantes ciclos repetidos de la tensión; el diente del engranaje falla.

Las canalizaciones radiales de la tensión, que se da en los engranajes cónicos, a veces contribuyen a agravar esta condición y someten a la raíz del diente del engranaje a niveles más altos de tensión del que se prevé en condiciones normales.

El fallo por bending también se acelera a causa del resto de fallos, ya que es desprendimiento de material o la alteración de las propiedades del mismo también contribuyen a disminuir el límite de resistencia.

Remedio: La mejor manera de evitar fractura a fatiga es diseñar los elementos engranaje-diente de modo que la transmisión de la carga dé lugar a tensiones que no superen el límite de la resistencia del material. Alternativamente, se puede especificar un material de mayor resistencia a la fatiga.

Los chaflanes de la raíz se pueden pulir. Se debe tener especial cuidado en someter correctamente al material a un tratamiento térmico para obtener la mejor estructura y reducir al mínimo cualquier tensión residual que pueda llegar a ser perjudicial.



Figura 3.25: Fallo por bending. Pruebas realizadas en John Deere Ibérica.

- Rotura por sobrecarga:

Una fractura por sobrecarga da lugar a una rotura fibrosa, fibras que demuestra evidencia romper por tracción. En materiales más duros la rotura tiene un aspecto fibroso más fino pero todavía demuestra evidencia de haber sido arrancado precipitadamente.

Causa: es causado por una sobrecarga que exceda límite de resistencia a la tensión del material del engranaje.

Remedio: Las sobrecargas suelen ser producidas por un fallo de funcionamiento en el conjunto mecánico en el que esté operando.



Figura 3.26: Rotura del diente por sobrecarga. Pruebas realizadas en John Deere Ibérica.

3.4.5. Resumen de los tipos de fallos en engranajes.

Los tipos de fallo básicos en un engranaje, tanto cónico como cilíndrico, se resumen en el siguiente gráfico, siendo el más catastrófico de todos ellos el fallo por bending (fatigue breakage), ya que supone la rotura total o parcial del diente.

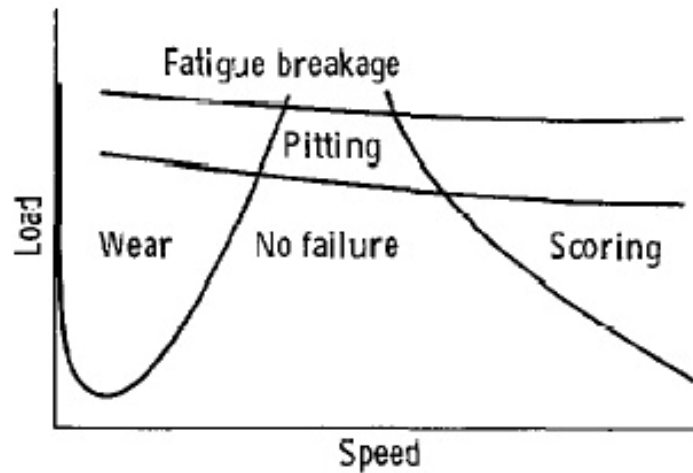


Figura 3.21: Regímenes de fallo en el diente del engranaje [10]

En este gráfico se comparan la velocidad del diente con la carga a la que está sometido el mismo.

Los engranajes en general se diseñan para que fallen por picado en la superficie, denominado pitting, ya que es un fallo parcialmente controlable. Si se detecta en el momento que se produce, puede ser sustituido y no producir fallo catastrófico en el diente y por lo tanto, evitar las posibles consecuencias en la caja de engranajes en la que se encuentre.

3.5. TEORÍA CLÁSICA DE CÁLCULO DE ENGRANAJES CÓNICOS

Este apartado se dedica exclusivamente al análisis de fuerzas que se aplican en el diente del engranaje, y posibles cálculos de la vida a fatiga, ya que el diseño de la forma del diente influye para el estudio que estamos realizando pero en una medida despreciable, exceptuando un par de partes concretas que ya se especificarán más adelante.

Los engranajes cónicos, como ya se ha comentado, representan una forma desarrollada de transmisión entre ejes que se cortan, diferentes a las del resto de engranajes. Se construyen con dientes rectos o espirales tallados sobre conos.

En la siguiente figura se presenta la nomenclatura de las partes principales de estos tipos de engranajes, la cual ya se ha expuesto anteriormente en inglés:

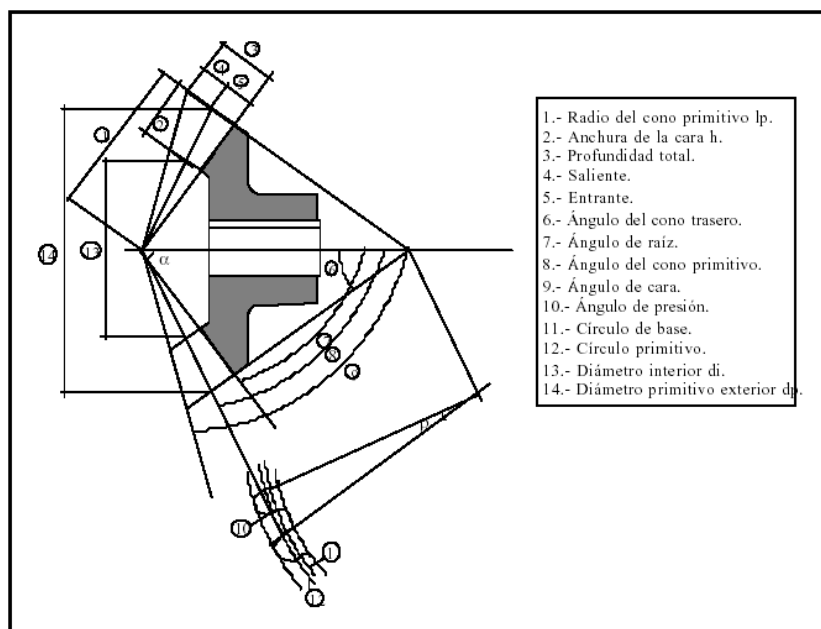


Figura 3.27: Nomenclatura para engranajes cónicos [8].

Se calculan igual que los dientes de los engranajes cilíndricos, suponiendo que el diente del engranaje cónico tiene una sección transversal constante igual a la que corresponde al centro de su longitud y considerando la carga aplicada en el extremo del radio exterior.

Para ello se va a proceder a explicar el cálculo para engranajes rectos.

3.5.1. Análisis de fuerzas.

La dirección de la fuerza transmitida es según la línea de acción que es tangente a las circunferencias base.

En la Figura 3.28 se consideran:

- las fuerzas sobre el diente, F_d .
- las fuerzas sobre el eje, F_e .

- el par transmitido, T .

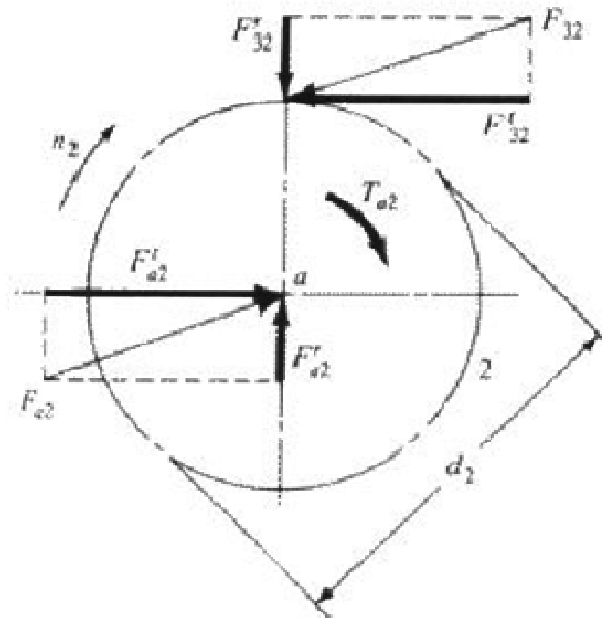


Figura 3.28: La fuerza transmitida tiene la dirección de la línea de contacto [9].

$$P = T \cdot \omega \quad (3.1)$$

$$T = F \cdot r_b \quad (3.2)$$

Si P y ω son constantes, también lo será T y por tanto también F . Lo que si varía es el punto de contacto, y por tanto el efecto de esta fuerza sobre el diente será diferente según esté situada por ejemplo en el extremo de la cara o en el flanco.

3.5.2. Esfuerzos en los dientes.

La capacidad de transmisión de un engranaje viene limitada por:

- el calor generado.
- el fallo de los dientes por ruptura.
- el fallo por fatiga en la superficie de los dientes.

- el ruido resultante de velocidades altas o cargas fuertes.

A continuación se estudiarán los fallos de engranajes: por esfuerzo estático a flexión, por fatiga a flexión, por fatiga superficial.

3.5.2.1. Cálculo estático.

Si b es el ancho del diente, la tensión en el punto "a" (sin tener en cuenta la compresión) es:

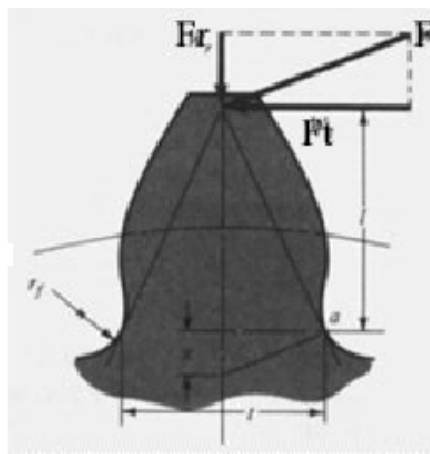


Figura 3.29: Diente sometido a flexión [9].

$$\sigma = \frac{6 \cdot F_t \cdot \ell}{b t^2} = \frac{F_t}{b} \cdot \frac{6 \ell}{t^2} \quad (3.3)$$

Nótese que manteniendo F_t y b constantes, las curvas de isotensión debido a la flexión son parábolas. La sección más crítica será aquella en la que una de las parábolas sea tangente al flanco del diente.

El factor $\frac{6 \ell}{t^2}$ en la ecuación (3.3) es una relación puramente geométrica y se puede sustituir en función del módulo y de un factor conocido por el factor de Lewis que depende exclusivamente de la norma de dentado y del número de dientes. La siguiente ecuación es conocida como la ecuación de Lewis:

$$\sigma = \frac{F_t}{b} \cdot \frac{6\ell}{r^2} = \frac{F_t}{b \cdot m} \frac{1}{Y} \quad (3.4)$$

Donde Y es conocido como el factor de Lewis.

La expresión anterior no considera el efecto de la fuerza radial, además supone que en un momento dado toda la carga está aplicada sobre un solo diente (no comparte carga con otro diente), y que la fuerza máxima se ejerce en el extremo del diente. Si el diseño es correcto normalmente la relación de contacto será mayor que 1 y entonces cuando en un diente la carga se aplique en el extremo de éste habrá otros que estén en contacto.

De lo dicho anteriormente se deriva que, probablemente, el punto más desfavorable será alguno intermedio donde sólo un diente esté en contacto. Otro aspecto que no tiene en cuenta la ecuación de Lewis es la concentración de tensiones en el pie del diente. Para la determinación del factor de concentración se utilizan los datos geométricos y constructivos del diente (K_f).

La AGMA (American Gear Manufacturers Association) estableció una ecuación de Lewis modificada en la que se contempla el factor K_f , y el hecho de que la carga (debido a la relación de contacto) cuando sólo un diente está en contacto no se aplica en la punta del diente. Se introduce un nuevo factor, J , factor AGMA:

$$\sigma = \frac{F_t}{bmJ} \quad (3.5)$$

Donde, J es lo mismo que Y y se determina por tablas a partir del addendum, dedendum, r_f es el radio de acuerdo y z es el número de dientes.

3.5.2.2. Efectos dinámicos.

Los fenómenos dinámicos intervienen puesto que se está transmitiendo una carga y hay movimiento. Se vio, por experimentación, que el parámetro que podía ayudar a tener en cuenta los efectos dinámicos era la velocidad en la circunferencia de paso, v ($v = \omega \cdot r$, donde ω = velocidad rotación y r = radio de paso).

Se utiliza un factor K_v que afecta a la ecuación (3.6). $K_v = 1$ cuando los efectos dinámicos no se tienen en cuenta. En otros casos, las siguientes relaciones proporcionan K_v en función de v :

- engranajes rectos, dientes acabados por sinfín o por alisado:

$$K_v = \frac{50}{50 + \sqrt{v}} \quad (3.6)$$

- engranajes con dientes de alta precisión alisados o esmerilados. Carga dinámica apreciable:

$$K_v = \sqrt{\frac{78}{78 + \sqrt{v}}} \quad (3.7)$$

Donde v está en *pies/minuto* (1 pie = 12 pulgadas; 1 pulgada = 25,4 mm)

Resumiendo se llegaría a dos expresiones para la tensión por flexión:

- ecuación de Lewis para esfuerzo por flexión

$$\sigma = \frac{F_t}{bmY \cdot K_v} \quad (3.8)$$

- ecuación AGMA para esfuerzos por flexión

$$\sigma = \frac{F_t}{b \cdot m \cdot J \cdot K_v} \quad (3.9)$$

3.5.3. Resistencia a la fatiga.

Los límites de fatiga se obtienen con los métodos generales de cálculo utilizados para "Fatiga". En el caso de los engranajes se utiliza para el cálculo del límite a fatiga, Se, la siguiente expresión:

$$S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot k_g \cdot S'_e \quad (3.10)$$

Donde,

S'_e = límite de fatiga del material.

k_a = factor de superficie.

k_b = factor de tamaño.

k_c = factor de confiabilidad.

k_d = factor de temperatura.

k_e = factor de modificación por concentración de esfuerzo.

k_g = factor de efectos diversos.

A continuación se expone brevemente como calcular estos factores:

3.5.3.1. Factor de superficie k_a .

De entre las distintas posibilidades vistas en "fatiga" se usa la curva de "acabado a máquina" aun cuando el flanco pueda estar esmerilado o cepillado, porque el fondo no lo suele estar.

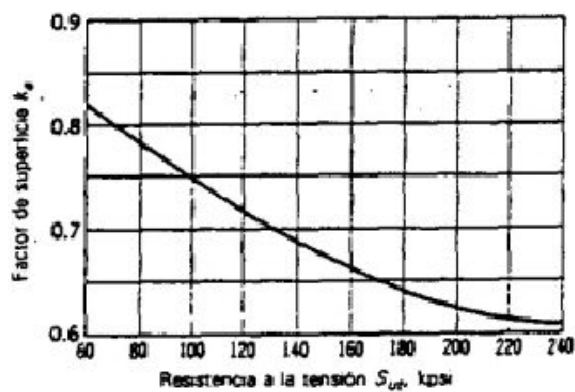


Figura 3.30: Factores de acabado en superficie k_a para dientes de engrane cortados, cepillados y esmerilados.

3.5.3.2. Factor de tamaño k_b .

Este factor tiene en cuenta que S'_e ha sido calculado para un tamaño d , de probeta y que el diente tiene otra sección transversal. Utilizando P (paso diametral=1/m) en dientes/pulgada si:

- $P > 12$ dientes/pulgada $k_b = 1$
- $P < 12$ utilizar Tabla 3.2.

Tabla 3.1: Factores de tamaño para dientes de engrane rectos.

Paso P	Factor k_b	Paso P	Factor k_b
2	0.832	6	0.925
2,5	0.850	7	0.939
3	0.865	8	0.951
4	0.890	10	0.972
5	0.909	12	0.990

3.5.3.3. Factor de confiabilidad k_c .

Utilizando el criterio visto en Fatiga, se obtiene de la Tabla 3.3

Tabla 3.2: Factores de tamaño para dientes de engrane rectos.

FACTORES DE CONFIABILIDAD						
Confiabilidad R	0.50	0.90	0.95	0.99	0.999	0.9999
Factor k_c	1.000	0.897	0.868	0.814	0.753	0.702

Una confiabilidad de $R=0,9$ indica que hay una probabilidad de 90% que el componente soporte las cargas previstas.

3.5.3.4. Factor de temperatura k_d .

De una forma muy aproximada puede utilizarse:

- $k_d = 1$ $T = 450^\circ\text{C}$
- $k_d = 1 - 5,8 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 450)$ $450^\circ\text{C} < T < 550^\circ\text{C}$

3.5.3.5. Concentración de esfuerzo k_e .

Este factor ha sido incluido en el coeficiente J de la AGMA y por tanto tómese para engranes, $k_e = 1$.

3.5.3.6. Efectos diversos k_g .

Se puede tener en cuenta por ejemplo que algunos engranes giran siempre en el mismo sentido y por tanto la flexión es en un solo sentido:

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{\sigma}{2} \quad (3.11)$$

Utilizando el criterio de Goodman esto implicaría (probeta):

$$\sigma = \frac{2S'_e S_{ut}}{S_{ut} + S'_e} \quad (3.12)$$

Cuando $S_{ut}=200\text{kpsi}$, $S_{ut} = 2.S'_e$. Sustituyendo en la ecuación (3.12) la tensión máxima a fatiga en ese caso:

$$\sigma = \frac{4}{3} S'_e \quad (3.13)$$

luego, $k_g = 1,33$.

El resto de los valores vienen recogidos en la Tabla 3.4.

Tabla 3.3 Factores de efectos diversos para flexión en un solo sentido.

FACTORES DE EFECTOS DIVERSOS PARA FLEXIÓN EN UN SOLO SENTIDO					
Resistencia a la tensión S_{ut} , kpsi	Hasta 200	250	300	350	400
Factor k_f	1.33	1.43	1.50	1.56	1.60

1 psi = 6,895 kPa; 200kpsi . 140,5 kg/mm²

Algunos de estos factores son muy difíciles de evaluar de una forma objetiva, o el rango de posibilidades es demasiado grande, esto es otro de los motivos por los que es necesario crear un sistema que sea más específico de los engranajes utilizados en la empresa.

3.5.4. Durabilidad de la fatiga superficial.

En este apartado se tiene en cuenta la fatiga debida a las tensiones de contacto. Por un lado habrá que determinar las tensiones de contacto que se generan en el engrane, σ_H , y la resistencia a la fatiga superficial del material empleado, S_H , por otro.

3.5.4.1. Tensiones de contacto.

Hay que recurrir a las expresiones de contacto entre dos cilindros cuyos radios de curvatura son conocidos, y también lo es la carga aplicada. Se particulariza para engranajes:

$$\sigma_H = -C_p \sqrt{\frac{F_t}{C_v \cdot b \cdot d \cdot I}} \quad (3.14)$$

Donde:

$C_v = K_v$ (factor dinámico visto anteriormente).

b = ancho del diente.

d = diámetro paso.

$$I = \frac{\cos \phi \sin \phi}{2} \frac{m_G}{m_G + 1} \quad \frac{m_G}{m_G - 1} \text{ para engranajes interiores}$$

$$m_G = \frac{d_G}{d_p} \quad (d_G, \text{ diámetro corona; } d_p, \text{ diámetro piñón})$$

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)}}$$

3.5.4.2. Resistencia a la fatiga en la superficie.

La AGMA recomienda que se use la siguiente expresión para el límite de fatiga:

$$S_H = \frac{C_L C_H}{C_T C_R} \cdot S_c \quad (3.15)$$

Donde (ver Tabla 3.4),

$$S_c = 0,4 H_B - 10 \text{ kpsi}$$

H_B = dureza Brinell de la superficie más suave que está en contacto.

C_L = factor duración de vida.

C_R = factor confiabilidad.

C_H = factor de relación de dureza. = 1 para engranajes rectos

C_T = factor de temperatura = 1 si $T_F < 120^\circ\text{C}$

Tabla 3.4: Factores de modificación de vida y confiabilidad.

Ciclos de vida	Factor de vida C_L	Confiabilidad R	Factor de conf. C_R
10^4	1.5	Hasta 0.99	0.80
10^5	1.3	0.99 a 0.999	1.00
10^6	1.1	0.999 o más	1.25 o más
10^8 o más	1.0		

Conviene tener en cuenta además que la carga W_t puede no estar perfectamente distribuida en el ancho de la cara (Tabla 3.5), además se puede prever un factor de sobrecarga (Tabla 3.6) y un coeficiente de seguridad, CS :

$$F'_t = CS \cdot K_O \cdot K_m \cdot F_t \quad (3.16)$$

Tabla 3.5: Factor de corrección por sobrecarga.

Ciclos de vida	Características de la carga impulsada		
	Uniforme	Choques moderados	Choques fuertes
Uniforme	1.00	1.25	1.75
Choque ligero	1.25	1.50	2.00
Choque moderado	1.50	1.75	2.25

Tabla 3.6: Factor de distribución de la carga para engranes cilíndricos rectos.

Características de montaje	Ancho de cara, pulg			
	0 a 2	6	9	16 o más
Exactos, holguras pequeñas en cojinetes, mínima flexión del eje, engranes de precisión.	1.3	1.4	1.5	1.8
Menos rígidos, engranes menos exactos, contacto a través de toda la cara.	1.6	1.7	1.8	2.2
Exactitud y ajuste tales que el área de contacto es menor que la de toda la cara	Mayor que 2.2			

Las tablas que aparecen a continuación son factores utilizados para el cálculo de engranajes rectos y su resistencia a la fatiga, no se procederá a representar todas las posibles variables, sino que se describirán solo algunos ejemplos siempre orientados a las necesidades de los engranajes utilizados en las cajas de engranajes objeto del estudio.

Como se ha comentado al principio de este apartado los engranajes cónicos se calculan igual que los cilíndricos, por lo tanto la formulación sería la misma en todos los campos estudiados anteriormente.

Tabla 3.7: Valores del factor de forma y de Lewis, de la AGMA.

Número de dientes	$\phi = 20^\circ$ $a = 0.800$ $b = 1.000$	$\phi = 20^\circ$ $a = 1.000$ $b = 1.250$	$\phi = 25^\circ$ $a = 1.000$ $b = 1.250$	$\phi = 25^\circ$ $a = 1.000$ $b = 1.350$
12	0.335 12	0.229 60	0.276 77	0.254 73
13	0.348 27	0.243 17	0.292 81	0.271 77
14	0.359 85	0.255 30	0.307 17	0.287 11
15	0.370 13	0.266 22	0.320 09	0.301 00
16	0.379 31	0.276 10	0.331 78	0.313 63
17	0.387 57	0.285 08	0.342 40	0.325 17
18	0.395 02	0.293 27	0.352 10	0.335 74
19	0.401 79	0.300 78	0.360 99	0.345 46
20	0.407 97	0.307 69	0.369 16	0.354 44
21	0.413 63	0.314 06	0.376 71	0.362 76
22	0.418 83	0.319 97	0.383 70	0.370 48
24	0.428 06	0.330 56	0.396 24	0.384 39
26	0.436 01	0.339 79	0.407 17	0.396 57
28	0.442 94	0.347 90	0.416 78	0.407 33
30	0.449 02	0.355 10	0.425 30	0.416 91
34	0.459 20	0.367 31	0.439 76	0.433 23
38	0.467 40	0.377 27	0.451 56	0.446 63
45	0.478 46	0.390 93	0.467 74	0.465 11
50	0.484 58	0.398 60	0.476 81	0.475 55
60	0.493 91	0.410 47	0.490 86	0.491 77
75	0.503 43	0.422 83	0.505 46	0.508 77
100	0.513 21	0.435 74	0.520 71	0.526 65
150	0.523 21	0.449 30	0.536 68	0.545 56
300	0.533 48	0.463 64	0.553 51	0.565 70
Cremallera	0.544 06	0.478 97	0.571 39	0.587 39

Fuente: R. G. Mitchiner and H. H. Mabie, "The Determination of the Lewis Form Factor and the AGMA Geometry Factor J for External Spur Gear Teeth, *ASME Journal of Mechanical Design*, vol. 104, no. 1, enero 1982, pp. 148-158.

* Todas las dimensiones están en pulgadas. Los valores dados corresponden a un paso diametral de 1.

Tabla 3.8: Factor geométrico f de la AGMA para el caso de dientes con $\phi=25^\circ$ $a=1000$ pulg. $b=1350$ pulg. y $r_f=0.245$ pulg.

Número de dientes	Número de dientes del engrane conectado						
	17	25	35	50	85	300	1000
14	0.333 63	0.339 13	0.343 18	0.346 71	0.350 62	0.353 79	0.356 73
15	0.345 19	0.351 08	0.355 47	0.359 32	0.363 59	0.367 07	0.370 30
16	0.355 52	0.361 82	0.366 53	0.370 67	0.375 27	0.379 04	0.382 55
17	0.364 84	0.371 51	0.376 52	0.380 93	0.385 85	0.389 89	0.393 66
18	0.373 29	0.380 31	0.385 60	0.390 26	0.395 48	0.399 77	0.403 78
19	0.380 99	0.388 33	0.393 88	0.398 78	0.404 27	0.408 80	0.413 04
20	0.388 03	0.395 68	0.401 46	0.406 59	0.412 34	0.417 09	0.421 55
21	0.394 50	0.402 43	0.408 44	0.413 77	0.419 77	0.424 73	0.429 39
22	0.400 47	0.408 66	0.414 88	0.420 40	0.426 63	0.431 79	0.436 64
24	0.411 11	0.419 78	0.426 38	0.432 25	0.438 90	0.444 42	0.449 63
26	0.420 31	0.429 40	0.436 34	0.442 53	0.449 55	0.455 39	0.460 91
28	0.428 35	0.437 82	0.445 06	0.451 51	0.458 88	0.465 01	0.470 81
30	0.435 44	0.445 24	0.452 75	0.459 48	0.467 12	0.473 51	0.479 57
34	0.447 38	0.457 75	0.465 72	0.472 87	0.481 03	0.487 87	0.494 37
38	0.457 01	0.467 88	0.476 22	0.483 71	0.492 32	0.499 54	0.506 40
45	0.470 16	0.481 63	0.490 51	0.498 51	0.507 69	0.514 42	0.522 80
50	0.477 45	0.489 29	0.498 45	0.506 74	0.516 25	0.524 28	0.531 95
60	0.488 63	0.501 03	0.510 65	0.519 37	0.529 10	0.537 89	0.546 02
75	0.500 13	0.513 10	0.523 20	0.532 37	0.542 94	0.551 91	0.560 52
100	0.511 97	0.525 53	0.536 12	0.545 75	0.556 90	0.566 37	0.575 49
150	0.524 18	0.538 35	0.549 44	0.559 58	0.571 30	0.581 29	0.590 94
300	0.536 61	0.551 60	0.563 21	0.573 83	0.586 18	0.596 72	0.606 92
Cremallera	0.549 90	0.565 32	0.577 47	0.588 60	0.601 58	0.612 69	0.623 46

Tabla 3.9: Factor geométrico f de la AGMA para el caso de dientes con $\phi=20^\circ$ $a=1000$ pulg. $b=1250$ pulg. y $r_f=0'300$ pulg.

Número de dientes	Número de dientes del engrane conectado						
	17	25	35	50	85	300	1000
18	0.324 04	0.332 14	0.338 40	0.344 04	0.350 50	0.355 94	0.361 12
19	0.330 29	0.338 78	0.345 37	0.351 34	0.358 22	0.364 05	0.369 63
20	0.336 00	0.344 85	0.351 76	0.358 04	0.365 32	0.371 51	0.377 49
21	0.341 24	0.350 44	0.357 64	0.364 22	0.371 86	0.378 41	0.384 75
22	0.346 07	0.355 39	0.363 06	0.369 92	0.377 92	0.384 79	0.391 48
24	0.354 68	0.364 77	0.372 75	0.380 12	0.388 77	0.396 26	0.403 66
26	0.362 11	0.372 72	0.381 15	0.388 97	0.398 21	0.406 25	0.414 18
28	0.368 60	0.379 67	0.388 51	0.396 73	0.406 50	0.415 04	0.423 51
30	0.374 62	0.385 80	0.395 00	0.403 59	0.413 83	0.422 83	0.431 79
34	0.383 94	0.396 11	0.405 94	0.415 17	0.426 24	0.436 04	0.445 86
38	0.391 70	0.404 46	0.414 80	0.424 56	0.436 33	0.446 80	0.457 35
45	0.402 23	0.415 79	0.426 85	0.437 35	0.450 10	0.461 52	0.473 10
50	0.408 08	0.422 08	0.433 55	0.444 48	0.457 78	0.469 75	0.481 93
60	0.417 02	0.431 73	0.443 83	0.455 42	0.469 60	0.482 43	0.495 57
75	0.426 20	0.441 63	0.454 40	0.466 68	0.481 79	0.495 54	0.509 70
100	0.435 61	0.451 80	0.465 27	0.478 27	0.494 37	0.509 09	0.524 35
150	0.445 30	0.462 26	0.476 45	0.490 23	0.507 36	0.523 12	0.539 54
300	0.455 26	0.473 01	0.487 98	0.502 56	0.520 78	0.537 65	0.555 33
Cremallera	0.465 54	0.484 15	0.499 88	0.515 29	0.534 67	0.552 72	0.571 73

Tabla 3.10: Propiedades mecánicas de los aceros (no está completa).

Los valores indicados para aceros laminados en caliente (HR, *hot-rolled*) y estirados en frío (CD, *cold-drawn*) son valores mínimos estimados que suelen esperarse en el intervalo de tamaños de $\frac{1}{2}$ a $1\frac{1}{2}$ pulg. Un valor mínimo está aproximadamente varias desviaciones estándares por debajo de la media aritmética. Los valores mostrados para aceros con tratamiento térmico son los llamados valores típicos. Un valor típico no es el medio ni el mínimo. Puede obtenerse mediante un control cuidadoso de las especificaciones de compra y el tratamiento térmico, junto con la inspección y ensayo continuos. Las propiedades indicadas en esta tabla provienen de varias fuentes y se cree que son representativas. Sin embargo, hay tantas variables que afectan estas propiedades que su naturaleza aproximada debe reconocerse claramente.

Número UNS	Número AISI	Procesamiento	Resistencia de fluencia kpsi †	Resistencia a la tensión kpsi †	Elongación en 2 pulg %	Reducción en área %	Dureza Brinell H _B	
G10100	1010	HR	26	47	28	50	95	
		CD	44	53	20	40	105	
G10150	1015	HR	27	50	28	50	101	
		CD	47	56	18	40	111	
G10180	1018	HR	32	58	25	50	116	
		CD	54	64	15	40	126	
		1112	HR	33	56	25	45	121
		CD	60	78	10	35	167	
G10350	1035	HR	39	72	18	40	143	
		CD	67	80	12	35	163	
		Estirado a 800°F	81	110	18	51	220	
		Estirado a 1000°F	72	103	23	59	201	
		Estirado a 1200°F	62	91	27	66	180	
G10400	1040	HR	42	76	18	40	149	
		CD	71	85	12	35	170	
		Estirado a 1000°F	86	113	23	62	235	
G10450	1045	HR	45	82	16	40	163	
		CD	77	91	12	35	179	
G10500	1050	HR	49	90	15	35	179	
		CD	84	100	10	30	197	

3.6. FIABILIDAD

La fiabilidad de un producto, sometido a unas condiciones de trabajo concretas, es la probabilidad de que éste funcione correctamente ("sobreviva" sin fallar) durante un determinado periodo de tiempo. Así pues, la fiabilidad constituye un aspecto fundamental de la calidad de todo dispositivo. Por tal motivo, resulta especialmente interesante la cuantificación de dicha fiabilidad de forma que se posible hacer estimaciones sobre la vida útil del producto.

En este principio se basa el estudio que se ha hecho en John Deere Iberica, aprovechando las pruebas de validez, homologación y aceptación de ruidos.

Obviamente los estudios de fiabilidad requieren unos conocimientos básicos de inferencia estadística.

A continuación se va a exponer de forma teórica son los posibles modelos básicos de cálculo de fiabilidad, y las definiciones de sus elementos.

Las variables de las pruebas se han tratado como variables cuantitativas continuas, ya que, como su definición indica, pueden tomar infinitos valores dentro de un intervalo, y corresponden a la medida de magnitudes continuas, tiempo de uso hasta el fallo.

Las siguientes funciones son adecuadas para manejar este tipo de datos:

- Función de distribución acumulativa de fallo o Infiabilidad, $F(t)$, proporciona la probabilidad de que un engranaje, seleccionado aleatoriamente, falle antes de un momento t .
- Función de densidad de probabilidad, $f(t)$, representa la frecuencia relativa de los momentos de fallo en la función del tiempo. Su importancia reside en que puede ser considerada como un histograma con un gran número de momentos de fallo observados, como ocurre con las pruebas realizadas en John Deere Ibérica.
- Función de Fiabilidad, $R(t)$, es la probabilidad de que una unidad, seleccionada aleatoriamente de la población o proceso, sobreviva después de un momento t . Y se usa porque esta función es complementaria a la función de distribución acumulada.

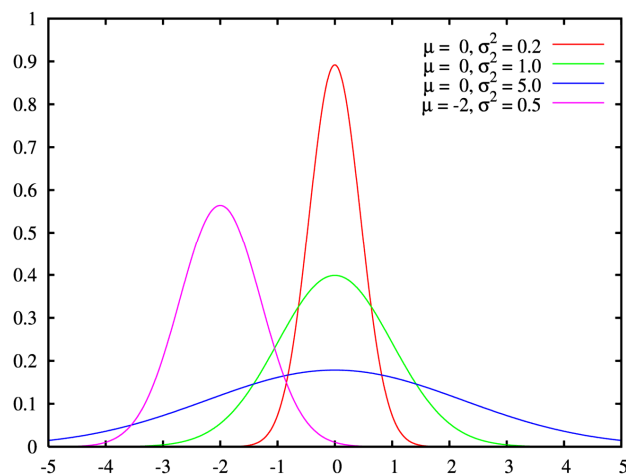


Figura 3.31: Función de densidad de probabilidad para una distribución normal.

3.6.1. Tipos de distribuciones de probabilidad.

Las distribuciones de probabilidad que pueden considerarse más frecuentes en problemas de probabilidad son los representados en la tabla 3.11.

Tabla 3.11: Distribuciones de probabilidad más frecuentes.

Distribución probabilidad	Función de Densidad de Probabilidad, $f(t)$	Rango de variación de t
Exponencial	$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$	$0 \leq t < \infty$
Weibull	$f(t) = \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \cdot \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}}$	$0 \leq t < \infty$
Normal	$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$-\infty < t < \infty$
LogNormal	$f(t) = \frac{1}{\sigma t\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(t)-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$0 \leq t < \infty$

Donde hay que definir de la función de densidad, y los parámetros de las distribuciones (tabla 3.12).

- μ : media poblacional
- σ : Dispersión poblacional
- $\lambda = \frac{1}{\sigma}$
- β : Parámetro de forma, que define la forma de la distribución. Algunas distribuciones (como la normal o la exponencial) carecen de él, pues tienen una forma que determinada.
- α : Parámetro de escala, caracteriza a las distribuciones uniparamétricas.
- γ : parámetro de localización.

Tabla 3.12: Parámetros definidos distribución de probabilidad.

Distribución	Parámetros	Característica de vida
Weibull	$\beta \eta$	η
Exponencial	λ	$(1/\lambda)$
LogNormal	$T \sigma$	Mediana

Las figuras 3.32 y 3.33 representan las funciones de probabilidad y de fiabilidad para una distribución de la probabilidad Weibull.

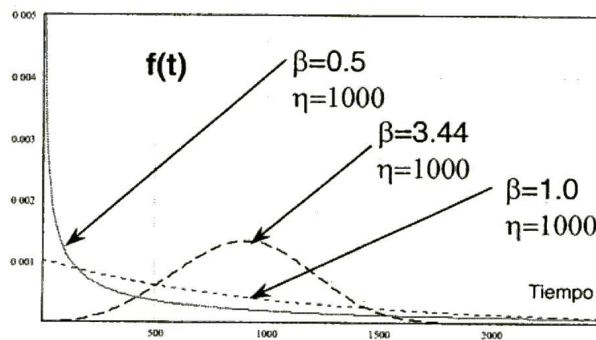


Figura 3.32: Función de densidad de probabilidad. Distribución Weibull.

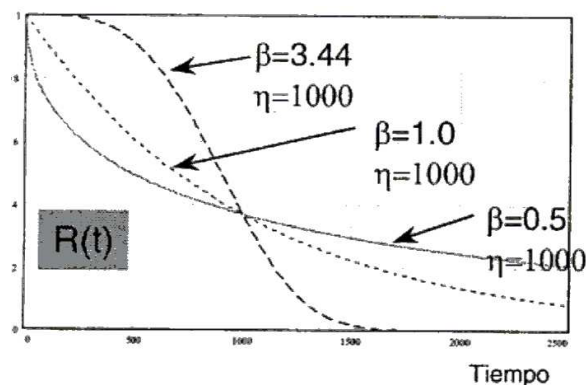


Figura 3.33: Función de fiabilidad. Distribución Weibull.

Las funciones de distribución de probabilidad que pueden representar la fiabilidad de un componente o sistema de forma adecuada, son muy diversas y con comportamientos muy dispares.

La forma de estas distribuciones, no es siempre simétrica y en forma de campana. Por esta razón es habitual estadísticos robustos a la forma de distribución como son los percentiles.

En el caso que nos concierne se han utilizado los percentiles vida10 y vida50.

3.6.2. Ensayos de fiabilidad.

Este tipo de ensayos determinan si el diseño de un producto es capaz de realizar su función en un cierto periodo de tiempo, identifica posibles puntos de diseño, y puede confirmar las prestaciones del producto en condiciones reales descubriendo las posibles causas de fallo debido al uso severo fuera de especificaciones.

Dentro de las categorías de ensayo que existen en los ensayos de fiabilidad, se va a proceder a la especificación de los ensayos de envejecimiento, que son los que conciernen a este proyecto. Los ensayos de demostración y los de campo, no se han usado en el proyecto, y los ensayos de aceptación de fiabilidad en producción también han sido tratados como ensayos de envejecimiento.

Los ensayos que se suelen emplear en los ensayos de envejecimiento son los test de vida acelerados.

La fiabilidad de un componente o sistema puede verse afectada por una variable externa, la cual suele acelerar el envejecimiento y a la que se denomina variable aceleradora de la fiabilidad.

Interesa conocer cómo afecta esta variable a la función de densidad, para poder extrapolar el comportamiento del sistema a niveles de tensión no ensayados donde el tiempo medio entre fallos es excesivamente largo.

En este caso la variable aceleradora ha sido el aumento del nivel de estrés.

Al calcular la curva de la función de fiabilidad en un nivel de tensión, se asume que existe un modelo matemático que relaciona este comportamiento con la curva de fiabilidad en uso normal.

De forma empírica se debe definir cómo es el modelo que relaciona la variable aceleradora con la función de distribución.

Para ello hay que seleccionar una función para un nivel de estrés, y seleccionar un modelo que relaciona esa característica con el estrés.

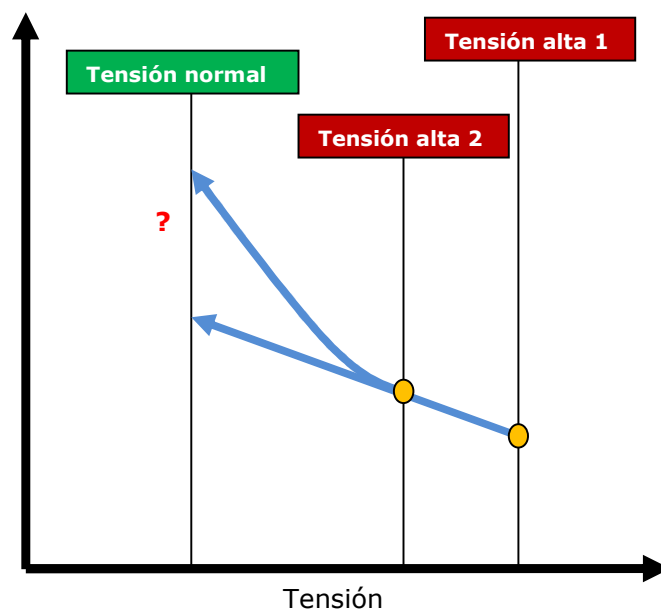


Figura 3.34: Relación de la característica de vida con el nivel de estrés.

Cuando se sabe cuál es la función de distribución que describe cómo falla el elemento a estudiar, se elige un modelo que relaciona la característica de vida del caso con la variable aceleradora.

Los modelos de relaciones de vida más comunes son:

- Arrhenius: variable aceleradora, Temperatura
- Eyring: v.a. Temperatura o humedad
- Ley de potencia inversa: v.a. no térmica
- Modelo Temperatura – Humedad
- Modelo Temperatura – No térmica

Definimos estas relaciones y su factor de aceleración en la tabla 3.13.

Tabla 3.13: Relaciones de carga vida más comunes y su factor de aceleración.

Relación	Modelo de cálculo	Factor de aceleración
Arrhenius	$Ce^{\frac{B}{V}}$	$e^{\left(\frac{B}{V_0} - \frac{B}{V_s}\right)}$
Ley de potencia inversa	$\frac{1}{KV^n}$	$\left(\frac{V_s}{V_0}\right)^n$
Eyring	$\frac{1}{V}e^{-\left(A - \frac{B}{V}\right)}$	$\frac{V_s}{V_0}e^{B\left(\frac{1}{V_0} - \frac{1}{V_s}\right)}$
Temperatura – Humedad	$Ae^{\frac{\phi}{V} + \frac{b}{U}}$	$e^{\phi\left(\frac{1}{V_0} - \frac{1}{V_s}\right) + b\left(\frac{1}{V_0} - \frac{1}{V_s}\right)}$
Temperatura–No térmica	$\frac{Ce^{\frac{B}{V}}}{U^n}$	$\left(\frac{U_s}{U_0}\right)^n e^{\left(\frac{B}{V_0} - \frac{B}{V_s}\right)}$

Donde:

- V y U: representan el nivel de estrés y dependiendo del modelo varía el modo de cálculo del estrés.

- A, B, b, C, K, n y ϕ : son los parámetros a determinar del modelo.

En la figura 3.35, se representa un grafico vida-estrés, o envejecimiento-estrés, que es la representación del modelo de vida acelerado. Este es el gráfico más importante que se puede obtener en los análisis de vida acelerados, y relaciona la característica de vida con la variable aceleradora (o estrés).

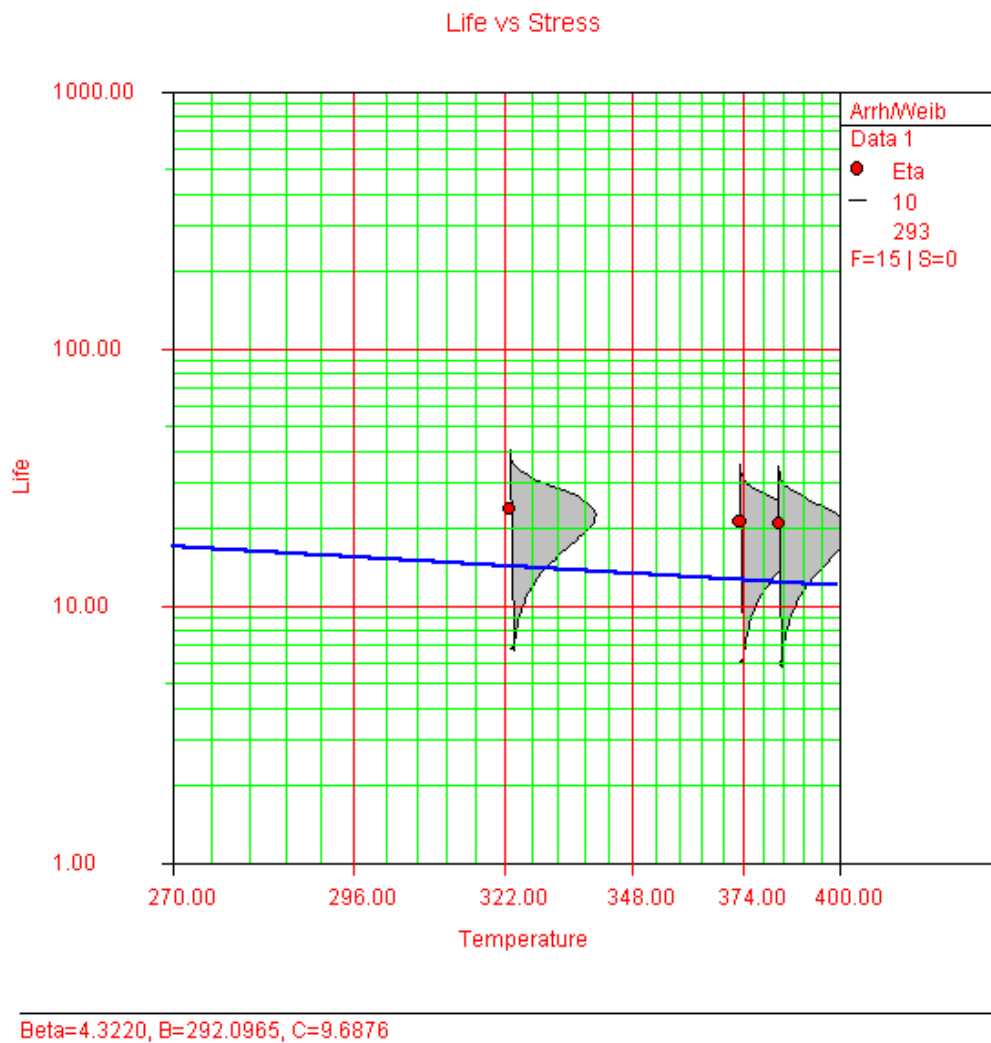


Figura 3.35: Grafico vida-estrés. Alta6 de Reliasoft. Ejemplo práctico.

En este caso tenemos un gráfico típico del modelo Arrhenius, y una distribución de la probabilidad Weibull, el cual se obtiene con el programa Alta6 de Reliasoft. Como ya se ha mencionado antes, este programa es el que se ha utilizado para la búsqueda de resultados en este proyecto

Esta es una introducción teórica los modelos de cálculo, tanto de fiabilidad como de cálculos de tensiones, elegidos para utilizar en el proyecto, se deciden y describen en el punto 5 modelos de cálculo.

4. METODOLOGÍA.

Para el estudio de vida a fatiga de los engranajes cónicos utilizados en la empresa John Deere Ibérica se han utilizado, como ya se ha comentado anteriormente, las pruebas de homologación de piezas y estudios de ruidos, realizadas en sus instalaciones desde el año 1986 hasta el año 2006.

Durante la realización del proyecto se procedió a la recopilación y la clasificación de todos los datos, tanto de las cajas de engranajes como de las pruebas realizadas. Estudiándolos posteriormente con un programa específico de fiabilidad de componentes a fatiga, Alta 6 de Reliasoft. En este apartado se procederá a la descripción de todos los procedimientos utilizados para esa recopilación clasificación y posterior estudio de los datos.

4.1. TIPOS DE ENGRANAJES PROBADOS.

Debido a la privacidad de datos existente en la empresa John Deere Ibérica, los datos de las cajas de cambios y de los engranajes no pueden ser revelados en este proyecto de forma específica, por lo tanto sólo se indicaran los rangos en los que se ha trabajado.

4.1.1. Tipos de cajas utilizadas en las pruebas.

En la figura 3.3 (*punto 3.1.2.*) se muestra una caja de cambios tipo de las usadas para el estudio. El resto de cajas, en su mayoría, tienen la misma estructura pero las proporciones varían. Estas cajas tienen las siguientes características:

- Poseen dos engranajes con una sola relación de cambio en la mayoría de los casos exceptuando una familia de cajas de cambios en la que se encuentran dos relaciones de cambio distintas, en este caso al ser dos relaciones con salidas y entradas diferenciadas y no poseer engranajes en común, se han estudiado como si fuesen cajas de cambio independientes.
- Uno de los engranajes se encuentra colocado en voladizo, y el otro está biapoyado.
- El montaje de las cajas se realiza por suplementos, esto es, se fija un engranaje (normalmente el que está biapoyado), y al otro engranaje (normalmente el que se encuentra en voladizo) se introducen una serie de suplementos hasta la posición en que el contacto del engrane es el adecuado.
- El rango de potencia de las cajas es muy amplio, de 16 a 215 HP (Caballos de vapor) encontrándose la mayoría de los datos válidos (en el pto.4.2 se explica cuál ha sido el criterio seguido para considerar los datos como validos o inválidos) entre 16 y 100 HP.
- Las velocidades angulares están comprendidas entre 350 y 3000 r.p.m.
- El valor del par nominal de las cajas está comprendido entre 23 y 1200 Nm.

Como se puede comprobar los rangos nominales de trabajo de estas cajas de cambios es muy amplio en el punto 5 del presente proyecto se procederá a explicar el método utilizado para normalizar todos los datos y compararlos unidos de forma estadística.

4.1.2. Tipos de grupos cónicos utilizados en las pruebas.

Como se ha especificado durante la redacción de todo el proyecto el estudio se realiza sobre engranajes cónicos por lo tanto sólo se han seleccionado las pruebas a realizadas a cajas de cambios que tienen este tipo de engranajes.

Utilizando como referencia la figura 4.1 y la figura 3.6 perteneciente al *punto 3.1.2* describimos los engranajes usados para el estudio mediante los siguientes datos:

- Engranajes con diente recto y en espiral, siendo el ángulo de la espiral, siempre que exista, de 30°
- Ángulo entre ejes 75° , 90° y 101° .
- Ángulos de presión de 20° y 25° .
- En ángulo de espiral en el caso de los engranajes helicoidales es de 30° en la mayoría de los casos y de 35° en un solo tipo de grupo.
- Módulo del diente comprendido entre 2.5 y 6.25 mm.
- Ratios o relación de transmisión (i) de 2:1 a 1:1.
- Ancho de cara (Face width) comprendidos de 12 a 38 mm.

Con estos datos quedarían descritos los rangos de medidas de engranajes en los que nos movemos dentro del estudio.

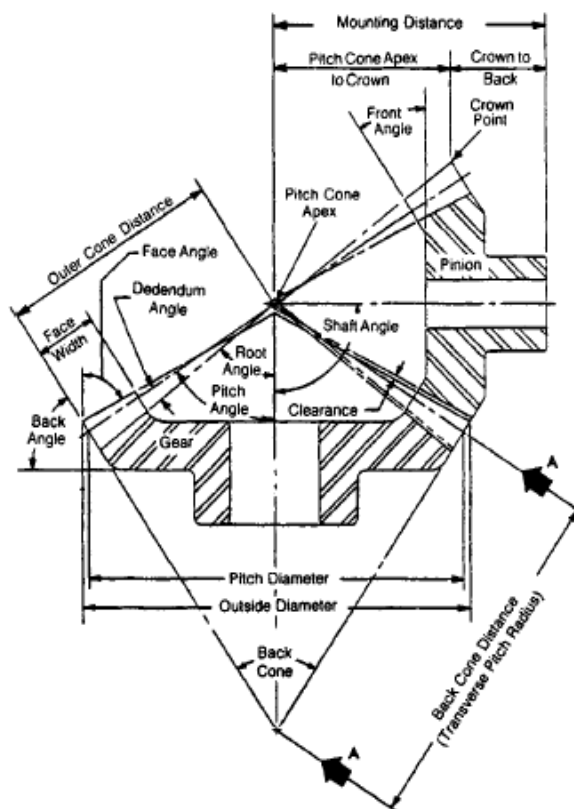


Figura 4.1: Nomenclatura juego engranajes cónicos en inglés

4.2. MODOS DE FALLO.

Ya se han descrito anteriormente en el punto dedicado a los fundamentos teóricos, los tipos de fallo que se pueden encontrar en los engranajes. Este proyecto, debido al tipo de pruebas que se han realizado y los fallos más típicos que se dan en los engranajes de las cajas de cambio de John Deere, se centra en los fallos producidos en la parte alta de la curva (figura 4.2.). El fallo por pitting o picado de la superficie, y el fallo por bending o fatigue breakage (fractura por fatiga).

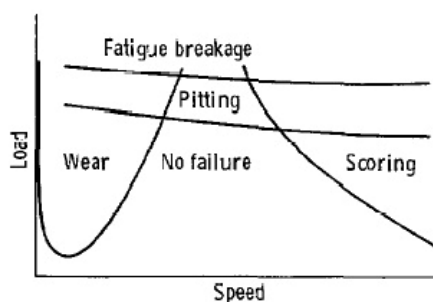


Figura 4.2: Regímenes de fallo en el diente del engranaje [10]

4.2.1. Modo de fallo pitting.

El engranaje fallado por pitting se ha considerado como válido cuando el desgaste de la superficie es entre 6 y 8 mm² aproximadamente. Estos datos aparecen en libros de teoría de engranajes como el de la referencia [3].



Figura 4.3: Engranaje fallado por pitting. Pruebas realizadas en John Deere Ibérica.



Figura 4.4: Engranaje no fallado con pitting menor a 6 mm². Pruebas realizadas en John Deere Ibérica.

En el caso de la figura 4.4 como indica la leyenda, es un diente de engranaje fallado por pitting ya que el área del picado de la superficie sería superior a los 6 mm² e inferior a 8mm².

En cambio en el caso de la figura 4.4 sería un diente de engranaje con un pitting inicial, si llegar a producirse fallo, ya que el área es inferior a los 6 mm² indicados anteriormente, y el engranaje seguiría teniendo un correcto funcionamiento.

La figura 4.5 nos muestra un engranaje fallado por pitting, en este caso no se habría obtenido ningún resultado, es decir, la prueba sería no valida, ya que el picado de la superficie es superior a los 8 mm² mencionados anteriormente, y por lo tanto este engranaje habría fallado hace tiempo y no se puede determinar cuándo.



Figura 4.5: Engranaje fallado con pitting mayor a 6 mm².
Pruebas realizadas en John Deere Ibérica.

4.2.2. Modo de fallo bending.

En las pruebas realizadas en John Deere Ibérica en el caso de fallo por bending, se ha detenido la prueba, ya que se produce la rotura total o parcial de un diente.

Para este tipo de fallo se han dado las pruebas como válidas para el posterior análisis de los datos, las cajas falladas por resultado de una sobrecarga, ya que en el caso en que la tensión cíclica en el diente del engranaje está por encima del límite de resistencia del material, normalmente el engranaje ya habría fallado anteriormente por pitting, y no sería un dato fiable.



Figura 4.6: Engranaje fallado por fractura. Pruebas realizadas en John Deere Ibérica.



Figura 4.7: Engranaje fallado por fractura, prueba no válida. Pruebas realizadas en John Deere Ibérica.

En los casos de las figuras 4.6 y 3.26 (del punto 3.4.4), son fotos de engranajes de cajas examinadas, cuyas pruebas se han tomado como válidas ya que la rotura se ha producido por una sobrecarga. Esto aparte de estar especificado en cada uno de los informes escritos tras las pruebas realizadas, se puede comprobar, en la rotura limpia del diente.

En cambio en la figura 4.7, se puede observar un engranaje, con una rotura irregular, síntoma de un engranaje que ha fallado anteriormente por pitting. Por ello, las pruebas con este tipo de resultados se han clasificado como no válidas para el estudio.

4.3. BANCOS DE PRUEBAS UTILIZADOS.

4.3.1. Four square.

El banco o máquina que se ha utilizado para llevar a cabo la mayoría de los ensayos realizados funciona según el principio del *Four-Square*. Por este motivo, antes de analizar el funcionamiento del banco es necesario realizar un inciso que describa este principio.

El *Four-Square* es una configuración mecánica, utilizada básicamente en el ensayo a fatiga de componentes.

- **Descripción física**

Se denominará *cadena de torsión* a la unión de dos elementos: un *transmisor de par* (engranaje, polea,...) y un *generador de par* (motor, actuador hidráulico,...).

Esta unión se materializa mediante un elemento intermedio, que se encarga de transmitir el momento torsor desde elemento generador hasta el transmisor. En la figura 4.8 hay una cadena esquematizada y pueden identificarse los elementos constituyentes.

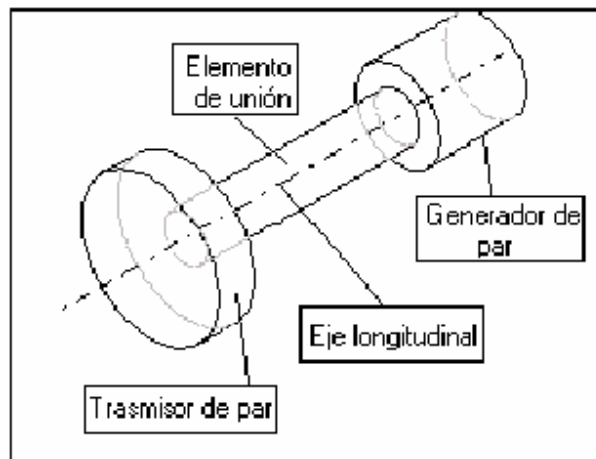


Figura 4.8: Cadena del mecanismo Four Square

Las dos cadenas se unen por sus respectivos transmisores de par, tal y como se representa en la figura 4.9.

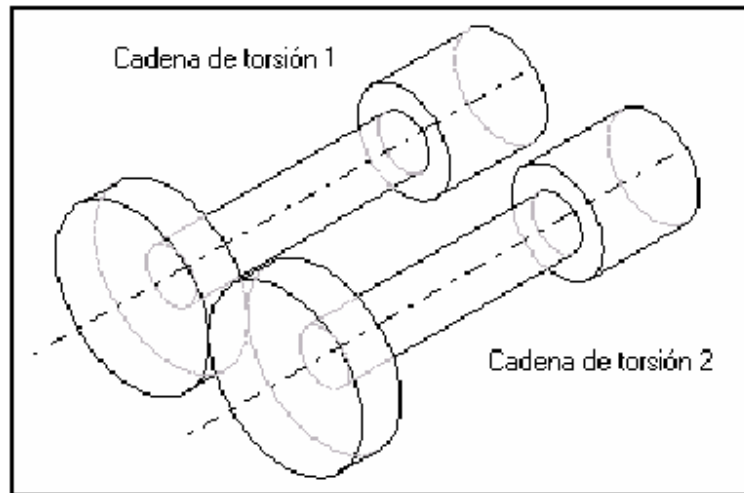


Figura 4.9: Cadenas de torsión unidas

El esquema del Four-Square se completa añadiendo dos transmisores de par (con la misma relación de transmisión que los que ya había), que serán solidarios a los generadores de par.

En la figura 4.10 está representado el esquema completo del Four-Square. En este esquema puede apreciarse la configuración en forma de cuadrilátero, de dónde procede su denominación.

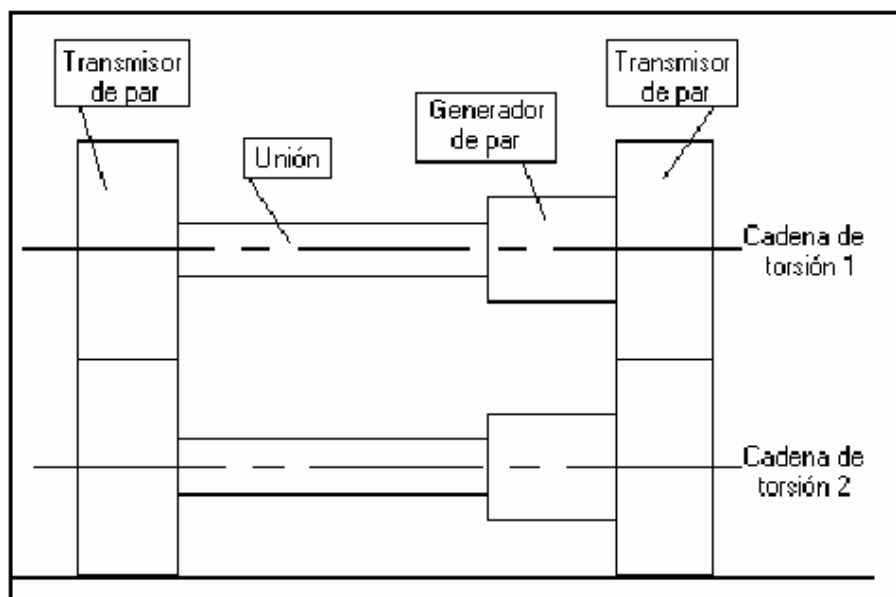


Figura 4.10: Esquema del mecanismo Four- Square

En el caso de las pruebas realizadas en John Deere Ibérica cada transmisor de par sería una caja de engranajes del mismo modelo, por lo que se estarían probando en la mayoría de las pruebas ocho engranajes al mismo tiempo, ya que, como se ha descrito en el punto 4.4.1, la mayoría de las cajas contienen sólo dos engranajes.

- **Funcionamiento**

Una vez vista la configuración física del mecanismo, se puede pasar a describir su funcionamiento. Éste puede explicarse a través de las dos magnitudes, sobre las cuales se puede incidir de manera independiente: el momento torsor y la velocidad de rotación.

- **Momento torsor**

La incidencia de esta variable en el sistema consiste en la posibilidad de introducir un momento que recircula, desde uno de los elementos, que provocan este momento (presentados en el apartado anterior como generadores de par), hasta su homónimo en la otra cadena de torsión, pasando por todos los elementos que forman las dos cadenas de torsión.

Los generadores de par solicitan sus respectivas cadenas, sometiéndolas a un momento de igual dirección y sentido. Por otro lado, los denominados transmisores de par son generalmente engranajes exteriores, por lo que transmiten un par de sentido contrario al que están normalmente sometidos.

El análisis del momento que recircula, puede efectuarse con la ayuda de la figura 4.11 (diagrama de momentos torsores).

El elemento A (generador de par) somete a los elementos de la cadena 1 a un momento, que se transmite hasta el elemento C (transmisor de par). El sentido de este momento, se considerará positivo, y está indicado en el diagrama de esfuerzos superior, de la figura 4.11.

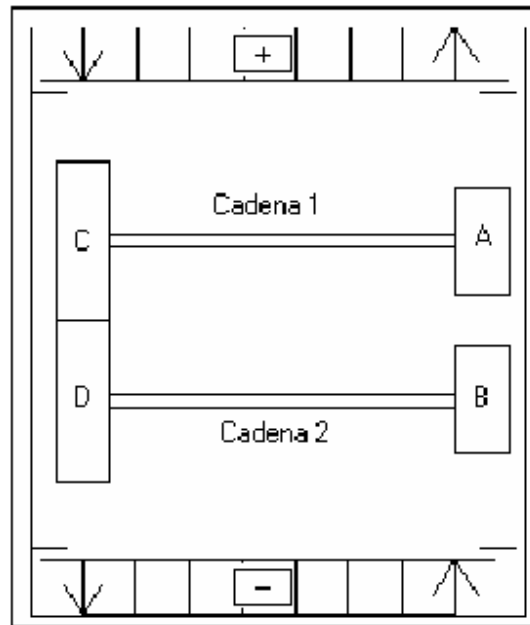


Figura 4.11: Diagrama de momentos torsores

Al llegar a C, el diagrama de momentos de la cadena 1 se cierra, debido al momento de reacción que el elemento D (transmisor de par de la cadena 2) ejerce sobre C. El transmisor D también estará sometido al momento torsor, que le transmite C. El signo de éste momento será opuesto al de la cadena 1 ya que, como se ha comentado anteriormente, la transmisión entre C y D invierte el sentido del momento (también de giro, aunque no se trata en este caso).

Este cambio de signo puede observarse, comparando los diagramas de esfuerzos superior e inferior en la figura 4.11.

El momento a que está sometido D se transmite por toda la cadena 2, hasta llegar al elemento B (generador de par). Éste último somete a la cadena 2 a un momento de igual dirección y sentido que A, por lo que el momento torsor de la cadena 2 queda compensado.

En la figura 4.11 puede comprobarse como el diagrama de esfuerzos inferior (de la cadena 2), se equilibra al llegar al elemento B.

Esto se cumplirá siempre que el momento, a que están sometidas ambas cadenas tenga el mismo valor, dirección, y sentido. De esta manera, todos los elementos de ambas cadenas quedarán sometidos a un determinado estado de tensión, pero al

estar el sistema equilibrado, y partir del reposo, no se iniciará movimiento de rotación.

En las pruebas realizadas en los bancos four square de John Deere Ibérica, dos de las cuatro cajas de engranajes probadas trabajan en sentido inverso al funcionamiento normal. Y se colocan pesos en distintos puntos de las cadenas de unión entre cajas denominadas como generador y transmisor de par.

- Rotación

De manera independiente al estado de tensión, en que se encuentren los elementos del mecanismo, existe la posibilidad de que se inicie un movimiento de rotación de ambas cadenas, en la misma dirección en la que se introduce el par (eje longitudinal en la figura 4.8). En este caso el movimiento de rotación se introduce por un motor adicional, que no se prueba, situado en el centro del banco de pruebas.

Teóricamente sólo sería necesario iniciar el movimiento de una de las dos cadenas y, si ningún otro par se opusiese, ambas girarían en sentidos contrarios indefinidamente.

En funcionamiento real, el mecanismo no se comportará de esta manera, ya que existen resistencias pasivas que se opondrán al movimiento. Estas resistencias darán lugar a momentos que se deberán vencer para iniciar y mantener el movimiento de rotación de los elementos.

• Utilidades del Four Square

Como se ha comentado, la principal utilidad de los mecanismos basados en el Four Square es la de funcionar en ensayos a fatiga de componentes mecánicos.

Los elementos ensayados tienen en común que durante su servicio, trabajan sometidos a momentos torsores, mientras giran a una determinada velocidad angular.

Los especímenes ensayados pueden ser los definidos como transmisores de par, o formar parte de lo que se ha llamado elemento de unión entre el transmisor y el elemento que produce el momento.

Al ensayar engranajes a fatiga, las dos cadenas se someten al momento recirculante entre elementos, en un estado inicial de reposo. Al iniciarse el movimiento de rotación, los dientes del engranaje, que soportan el esfuerzo de flexión, irán cambiando y volviendo a entrar en acción, sucesivamente en cada vuelta o ciclo de fatiga.



Figura 4.12: Four-Square utilizada en John Deere Ibérica S.A.

Resumiendo para los casos concretos de Four-Square utilizados en John Deere Ibérica, se prueban cuatro cajas de engranajes las denominadas generador de par se mueven mediante un motor situado en el centro del banco de pruebas, y las dos que actúan como transmisores de par están colocadas para que se muevan en sentido contrario. El momento torsor se introduce manual o electrónicamente dependiendo del banco. El que aparece en la figura 4.12 el momento torsor (manual) se introduce mediante los pesos situados en las esquinas. En otros bancos four-square más automatizados, también utilizados en la empresa, el momento torsor se introduce mediante la descentralización de los ejes que actúan como corea transmisora del movimiento. Esto se realiza colocando distintos pesos en los ejes.

4.3.2. Single box.

Este tipo de banco es mucho más simple que el anterior, únicamente se introduce movimiento de rotación y se prueban 2 cajas de engranajes, las cuales están unidas mediante un cardan. Este tipo de banco de prueba solamente se ha empleado para los tipos de cajas Horicon especificadas en la tabla 2.1.

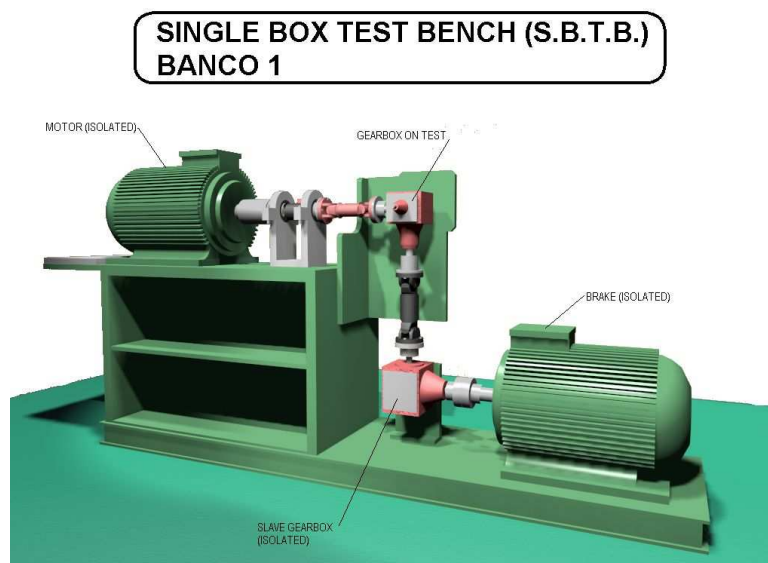


Figura 4.13: Esquema de single box utilizada en John Deere Ibérica S.A.

4.4. DATOS.

La recopilación y clasificación de los datos se ha realizado mediante la lectura de todos los informes de pruebas realizadas en John Deere Ibérica desde el año 1986. Los informes de las pruebas hasta el año 1996 incluido se encuentran en papel (de las que se han tenido que leer alrededor de 100 entre pruebas validas y no válidas), y el resto en soporte electrónico (de las cuales John Deere Ibérica ha facilitado alrededor de 125), en fichas estándar en el programa Microsoft Excel. De esta lectura se ha creado una base de datos, también en Excel donde se han clasificado por familias (las familias se basan en cada uno de los clientes de John Deere Ibérica especificadas en la tabla 2.1), todos los datos necesarios para el estudio.

4.4.1. Clasificación.

Por la imposibilidad de revelar datos específicos de la pruebas, a continuación, se expone la forma en la que se han clasificado los datos para proceder el estudio. La base de datos se ha creado en un fichero en el programa Microsoft Office Excel. De esta manera se podían introducir directamente en el programa Alta6 de Reliasoft, en el que se han tratado estos datos para el estudio de fiabilidad.

- **Clasificación de cajas.**

En principio los datos se ordenaron según el tipo de familias, y tipo de caja de engranajes, todo ello de una forma general para establecer un primer contacto con los planos y los informes generados en John Deere Ibérica. En las siguientes tablas se representan los encabezados de la base de datos, la 4.1 se hace referencia a la clasificación de cajas y planos.

Tabla 4.1: encabezado clasificación de cajas. Base de datos.

FAMILIA						
	Referencias y planos				Tipo Diente	Driver
	Caja	Piñón	Corona	Grupo		

Durante esta fase también se implementaron en la tabla de la base de datos los datos nominales de las cajas de cambios y de los grupos de los engranajes. Los encabezados de la recopilación de estos datos son las tablas 4.2 y 4.3.

Tabla 4.2: encabezado datos nominales de las cajas. Base de datos

DATOS NOMINALES CAJA				
POWER HP	SPEED	RPM	TORQUE	Nm
	PINION	GEAR	PINION	GEAR

Tabla 4.3: encabezado datos nominales de los grupos. Base de datos

DATOS NOMINALES ENGRANAJE										
Angulo ejes	Angulo Presión	Angulo espiral	Z NUMBER OF TEETH		F	PITCH ANGLE		Modulo	Sujeccion	esquema
			PINION	GEAR	mm	PINION	GEAR		PINION	GEAR

- **Clasificación de pruebas.**

En un segundo lugar se procedió a una clasificación de las condiciones, objetivos y resultados de las pruebas, en principio de una forma general (como en el caso de los datos de cajas y grupos, tabla 4.4).

Tabla 4.4: encabezado clasificación de los ensayos. Base de datos.

ENSAYOS			
Referencia informe de ensayo	Horas	Objetivos/Condiciones	Estado contacto

Y después se procedió a una clasificación más exhaustiva de los datos de los ensayo. Las tablas 4.5 y 4.6 son los encabezados de parte de estos datos.

Tabla 4.5: encabezado clasificación datos ensayos 2. Base de datos.

Resultados						
fallo / suspendido	nº pruebas	F bending/p	F bending/g	F pitting/p	F pitting/g	posición en banco

Tabla 4.6: encabezado clasificación datos ensayos 3. Base de datos

CICLOS		LOG10 CICLOS		POWER _{HP}	SPEED _{RPM}		TORQUE	Nm
PINION	GEAR	PINION	GEAR		PINION	GEAR	PINION	GEAR

4.4.2. Modo de obtención de los datos.

John Deere Ibérica, para clasificar los distintos grupos de engranajes que utilizan en todas las cajas que comercializa, utilizan unos informes llamados DDS (Dimensions Data Sheet). Estos informes los proporcionan las empresas que fabrican

los engranajes, o en caso de los fabricados en John Deere, obviamente, los generan ellos antes de la fabricación. Pero como el estudio se ha hecho sobre pruebas que se han realizado desde hace 25 años, algunos de los grupos ya no se fabrican, por lo que ha habido que generarlos.

Para generación de los DDS se ha utilizado un programa interno de John Deere Ibérica, desarrollado por la empresa. Para obtener todos los datos necesarios para fabricar el grupo se necesita anteriormente haber determinado (en el caso del proyecto buscado) algunos datos básicos de cada uno de los engranajes como el número de dientes, el diámetro primitivo, etc.

En la base de datos creada para John Deere, y su posterior uso para la realización del proyecto con el programa ALTA6, se encuentran vinculados todos los planos de los grupos y de cada uno de los engranajes. También se vincularon los informes de las pruebas, y los DDS de cada uno de los grupos.

Esta base de datos, ha seguido usándola John Deere Ibérica, para otros estudios distintos al que se ha realizado en este proyecto.

5. MODELO DE CÁLCULO.

En este punto se procederá a describir los diferentes modelos de cálculo que se han escogido y la explicación de esa elección.

5.1. MODELO DE CÁLCULO DE TENSIONES.

Las tensiones en el engranaje se deben calcular porque es el nivel de estrés que se debe utilizar para el estudio de fiabilidad.

El estudio se ha dividido según el tipo de fallo por lo que hay que calcular distintos tipos de tensiones. Así, para el fallo por picado superficial (pitting), se debe calcular la tensión de contacto, mientras que en el fallo por bending o rotura se calcula la tensión de rotura del engranaje, ya sea del piñón o de la corona.

Se han utilizado las siguientes formulas de cálculo de tensiones porque son las recomendadas por AGMA y Gleason. En esta fórmula están incluidos los factores de conversión de las unidades.

- Tensión de contacto,

$$S_C = Z_P \cdot \frac{6895}{10^6} \sqrt{\frac{1.1}{0.113} \cdot T_P} = Z_g \cdot \frac{6895}{10^6} \sqrt{\frac{1.1}{0.113} \cdot T_g} \quad (5.1)$$

Donde:

- Sc: Tensión de contacto [MPa]
 - Zp: Factor de durabilidad en el piñón
 - Zg: Factor de durabilidad en la corona
 - Tp: Par en el piñón [Nm]
 - Tg: Par en la corona [Nm]
- Tensión de rotura o bending, en la que hay que distinguir:

- Tensión en el piñón,

$$S_{Bp} = \frac{T_p \cdot Q_p \cdot 1.1}{0.113} \cdot \frac{6895}{10^6} \quad (5.2)$$

- Tensión en la corona,

$$S_{Bg} = \frac{T_g \cdot Q_g \cdot 1.1}{0.113} \cdot \frac{6895}{10^6} \quad (5.3)$$

Donde:

- Sb: Tensión de rotura [MPa]
- Qp: Factor de fuerza en el piñón
- Qg: Factor de fuerza en la corona
- Tp: Par en el piñón [Nm]
- Tg: Par en la corona [Nm]

Los factores de fuerza y de durabilidad son los determinados en el diseño o por especificaciones del material. Estos datos también se incluyeron en la base de datos

generada durante el proyecto para cada tipo de cajas probadas y para cada rueda (piñón o corona).

Las siguientes tablas son los encabezados de la recopilación de los factores influyentes, y el cálculo de las tensiones.

Tabla 5.1: encabezado clasificación, cálculo de tensiones. Base de datos

CALCULO TENSIONES acelerados			TENSIONES NOMINALES		
CONTACT STRESS	BENDING STRESS		CONTACT STRESS	BENDING STRESS	
	PINION	GEAR		PINION	GEAR

Tabla 5.2: encabezado clasificación, factores de fuerza y de durabilidad. Base de datos

T/m PINION	T/m GEAR	Durability factor Z		Strength factor Q	
		PINION	GEAR	PINION	GEAR

5.2. MODELO DE CÁLCULO DE FIABILIDAD.

Dentro de las relaciones de carga-vida el modelo predictivo utilizado para la resolución del proyecto ha sido Ley de potencia inversa.

Este modelo de predicción de fiabilidad Se escogió porque es el modelo predictivo más común para las variables aceleradoras no térmicas.

Obviamente existe una variable de temperatura, pero se desprecia ya que las cajas están refrigeradas durante el uso, por lo que un fallo en la refrigeración sería de otro tipo y no el que se está estudiando. Durante la realización de las pruebas se intenta refrigerar las cajas de cambio como si estuvieran en uso.

Como se ha definido en el punto 3.6.2 su modelo de cálculo es:

$$L(V) = \frac{1}{KV^n} \quad (5.4)$$

Donde:

- L: representan la característica de vida.
- V: representa el nivel de estrés, en este caso la tensión.
- K y n: parámetros a determinar en el proceso.

Y su factor de aceleración es:

$$\alpha_{AF} = \left(\frac{V_s}{V_0} \right)^n \quad (5.5)$$

Donde:

- α_{AF} : es el factor de aceleración.
- Vs: representa el nivel de estrés final, en este caso la tensión.
- Vo: representa el nivel de estrés inicial, en este caso la tensión.
- n: parámetro a determinar en el proceso.

El cálculo de los parámetros K y n es la base del proyecto, es decir, son los datos que se buscan de forma empírica y a través del programa Alta6, (del cual se procederá a hablar en el punto 5.5). Ya que al calcular la tensión y obtener la tensión de contacto y las de rotura tal y como se indican en el punto 5.1, con los datos de diseño se podría predecir la vida a fatiga de una forma más segura que con las curvas S-N.

5.3. MODELO DE CÁLCULO DE LAS CURVAS S-N.

Los resultados obtenidos se deben representar en curvas de Whöler, pero en este caso se va a utilizar su representación logarítmica, ya que en este caso el gráfico es lineal.

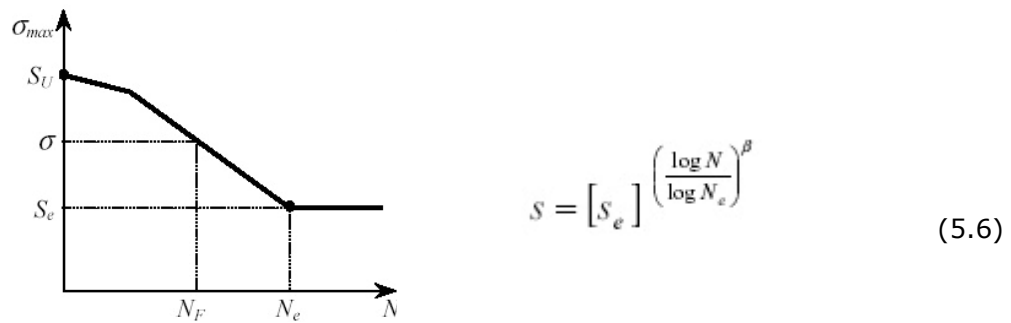


Figura 5.1: Curva S-N logarítmica y fórmula representativa.

En el caso de la vida a fatiga en los engranajes la curva usando la misma fórmula (5.6) que en la figura 5.1 quedaría como en la figura 5.2. Donde se representan los dos fallos más representativos, y por lo tanto los que se han estudiado como ya se ha explicado en el punto 4.2

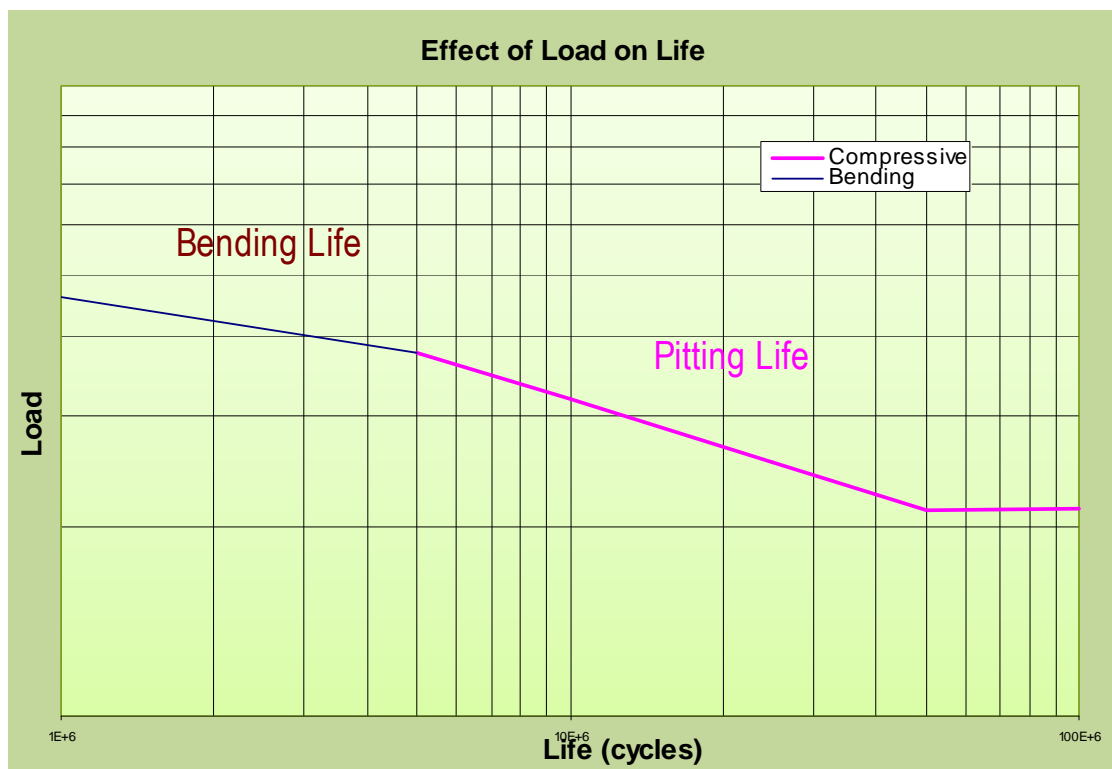


Figura 5.2: Curva S-N logarítmica específica fallos engranajes.

En los resultados también se especificarán los datos obtenidos para la representación de este gráfico, es decir, los puntos de inicio de fin de cada una de las rectas que representan la carga y los ciclos iniciales y finales por fallo Bending por fallo Pitting.

5.4. MODELO DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD.

Dentro de los distintos tipos de distribuciones de probabilidad se ha utilizado la distribución Weibull, que como se ha indicado anteriormente es el método más adecuado para la predicción de fatiga en materiales compuestos.

La distribución Weibull viene dada por:

$$f(t) = \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \cdot \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}} \quad (5.7)$$

Donde:

- η : parámetro de escala.
- β : Parámetro de forma, que define la forma de la distribución.

Las funciones de densidad y de fiabilidad de este tipo de distribución se representan en las figuras 3.32 y 3.33 del punto 3.6.1.

Para el desarrollo del proyecto se ha utilizado el valor $\beta=2.5$, ya que es valor dado por John J. Coy, 1985 [2]. En Este libro considera que es el mejor valor para el factor de forma para el estudio de la vida a fatiga de los engranajes cónicos.

El parámetro de escala representa los distintos percentiles, en los resultados de este proyecto se han buscado los datos de los percentiles vida10, vida50, vida90 y "mean life" o vida media.

5.5. HERRAMIENTA INFORMÁTICA.

Tal y como se expuesto anteriormente, el programa utilizado para la obtención de los resultados ha sido el Alta6 de ReliaSoft. Actualmente existe una versión nueva del programa, Alta7.

Según ReliaSoft define el Alta6 es el primero y todavía el único paquete comercial disponible diseñado expresamente para el análisis cuantitativo de datos para test acelerados. Proporciona un soporte para utilizar modelos matemáticos complejos y potentes. El software provee relaciones de tensiones de vida necesarias para analizar datos de test acelerados, donde la tensión es constante o varía entre tiempo.

Si los test de vida acelerada están efectuados correctamente se puede usar modos matemáticos para extrapolar la función acumulativa de distribución en el nivel de uso para el producto de los datos de vida obtenidos en condiciones aceleradas. Puede utilizar este análisis para determinar la fiabilidad, probabilidad de fallo, tiempo de garantía, vida promedio, $B(X)$ vida y otras informaciones sobre la vida esperada del producto.

El Software ALTA de ReliaSoft provee un servicio integral para el análisis de datos obtenidos de los test cuantitativos de vida acelerada.

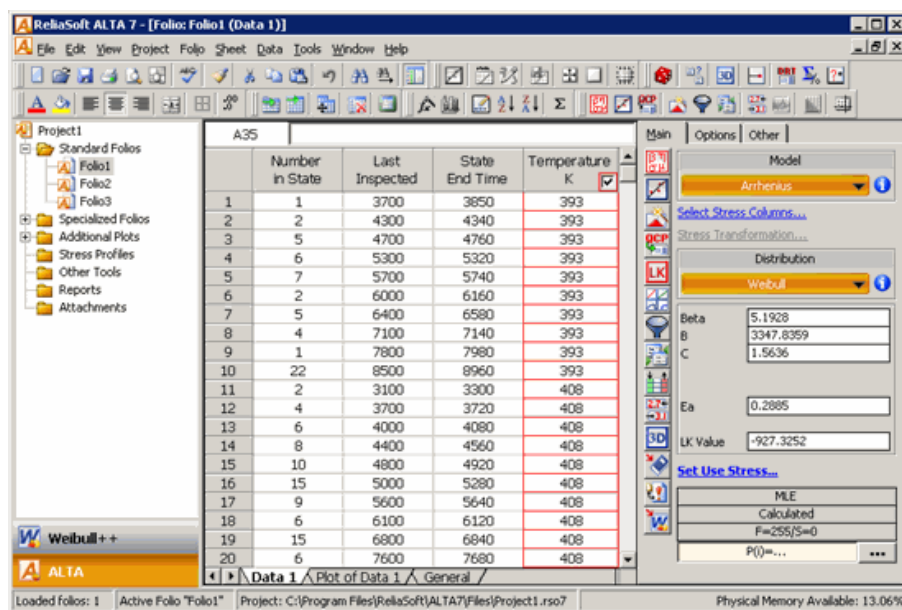


Figura 5.3: Captura de pantalla del programa Alta7 de ReliaSoft.

Las características del programa que afectan directamente a la ejecución del proyecto son:

- Tipos de Datos: servicio integral de hojas de cálculo para la entrada de datos, datos censurados (suspendidos).
- Relaciones de Distribución y Tensión de Vida: admite el análisis de datos con Weibull, distribución Log-Normal y distribución exponencial combinadas con siguientes relaciones de tensión de vida: Arrhenius, Eyiring, Ley de Potencia Inversa, Temperatura-Humedad y Temperatura-Factor Non-Térmico. Por lo que es apto para el modelo de cálculo que se ha expuesto y se ha utilizado para la obtención de resultados.
- Estimación de Parámetros y Resultados Calculados: utiliza el Estimador de Máxima Verosimilitud (MLE) para la estimación de parámetros. EL QPC y la Función Guía emiten rápidamente los resultados calculados de fiabilidad basados en el análisis de datos y sus entradas. Se obtienen los límites de confianza para todos los resultados y parámetros calculados.
- Gráficos: genera una selección completa de representaciones de gráfica de fiabilidad, incluyendo la Probabilidad, la Fiabilidad entre Tiempo, PDF, Vida entre Tensión, el Factor Acelerado entre Tensión, etc. Las representaciones gráficas son meta-archivos (*.wmf).
- Utilidades para Análisis Relacionados: Análisis de Degradación, Test de Comparación, Análisis del Ratio de Verosimilitud, como hojas de cálculo flexibles para sus propios análisis personales.

Este programa fue adquirido por John Deere Ibérica con una serie de licencias a nivel corporativo. Hasta la fecha de realización del presente proyecto, el programa no se había utilizado por lo que en este trabajo se han tenido que explorar las posibilidades de la aplicación para su empleo en futuros estudios de la marca. Como se ha explicado, se puede emplear para la realización de estudios de fiabilidad para todo tipo de componentes en test acelerados, por lo que se puede utilizar para todos los componentes de las cajas de engranajes fabricadas por John Deere Ibérica.

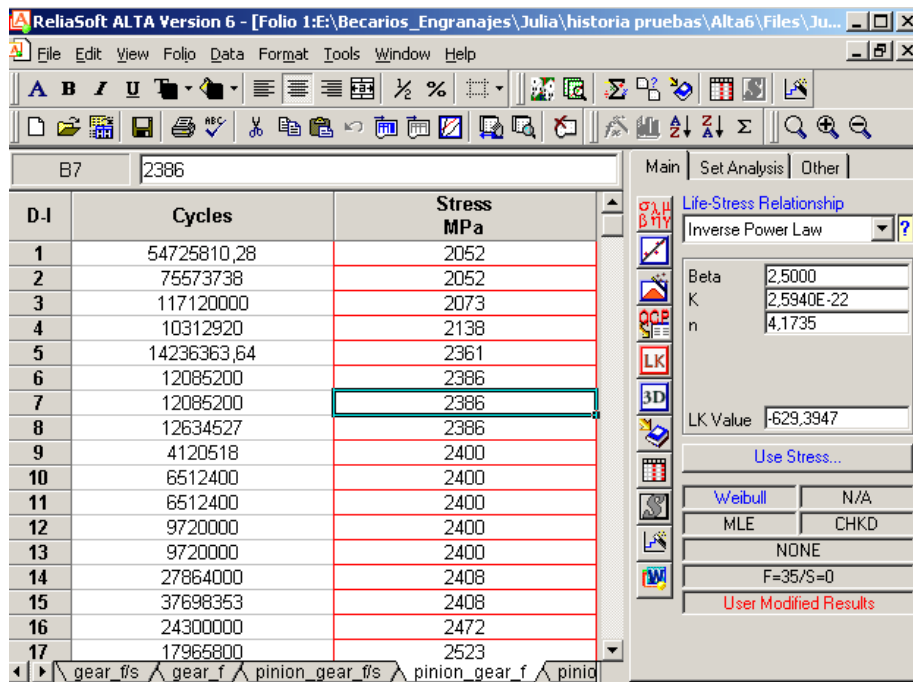


Figura 5.3: Captura de pantalla del programa Alta6 de ReliaSoft. Realizada en John Deere Ibérica durante la ejecución del proyecto.

Para el desarrollo del proyecto se han seguido los siguientes criterios para organizar los datos dentro del programa ALTA6 de ReliaSoft:

- Se le ha impuesto, como se ha explicado en el punto 5.4, el parámetro de forma.
- Se han distinguido entre los datos de pruebas fallada y censuradas.
- Se han utilizado los datos de piñones y coronas como si fuesen pruebas distintas para obtener más datos de estudio.
- Se ha distinguido entre los fallos por bending y por pitting.
- Se ha distinguido entre los datos de engranajes cónicos rectos y en espiral.

Con todos los datos obtenidos de las distintas pruebas, y con los datos obtenidos teóricamente el programa ALTA6 a obtenido los resultados que se muestran en el punto 6.

6. RESULTADOS.

Una vez introducidos los datos, con las distinciones que se han especificado en el punto 5.6, en el programa Alta6, y después de probar todas las posibilidades se han obtenido los siguientes resultados:

- Los datos obtenidos de las pruebas censuradas respecto a las falladas se encuentran en una proporción de 10:1 por lo que la dispersión que provocan es tan grande que son datos que no pueden tenerse en cuenta. Esto significa que los datos de las pruebas censuradas se han tenido que eliminar del estudio.
- Los datos obtenidos de las pruebas con número de ciclos inferiores a 10^6 no pueden considerarse como válidos, ya que no responderían a ninguno de los fallos descritos, ya que no sería fallo por fatiga, sino por exceso de tensión.
- No existe la posibilidad de estudiar la fiabilidad en fallo por bending ya que no hay datos suficientes que se puedan obtener de las pruebas con ciclos entre 10^6 y $5 \cdot 10^6$, que son los ciclos entre los que se debe estudiar este tipo de fallo como se especifica en la figura 5.2, perteneciente al punto 5.3. Los resultados no serían precisos.
- No existe la posibilidad de estudiar los fallos de los engranajes en espiral, ya que el número de datos obtenido de pruebas falladas de engranajes en espiral no es suficiente, por lo que como en el caso anterior los resultados no serían precisos.
- Existe la posibilidad de estudiar si los fallos de vida a fatiga de los engranajes cónicos rectos son fallos por pitting o picado de superficie, ya que hay datos suficientes, incluso sin tener en cuenta los datos de las pruebas censuradas.

6.1. RESULTADOS OBTENIDOS DE LOS ENGRANAJES CÓNICOS RECTOS EN FALLO POR PITTING.

A continuación se muestran los datos de los resultados que se han obtenido del programa Alta6 para el único caso en el que se ha podido estudiar como se ha especificado anteriormente, el caso de los engranajes rectos en fallo por picado de superficie (pitting).

El grafico de vida frente a estrés o llamado también anteriormente carga-vida sería el siguiente.

ReliaSoft ALTA 6.0 PRO - ALTA.Reliasoft.com

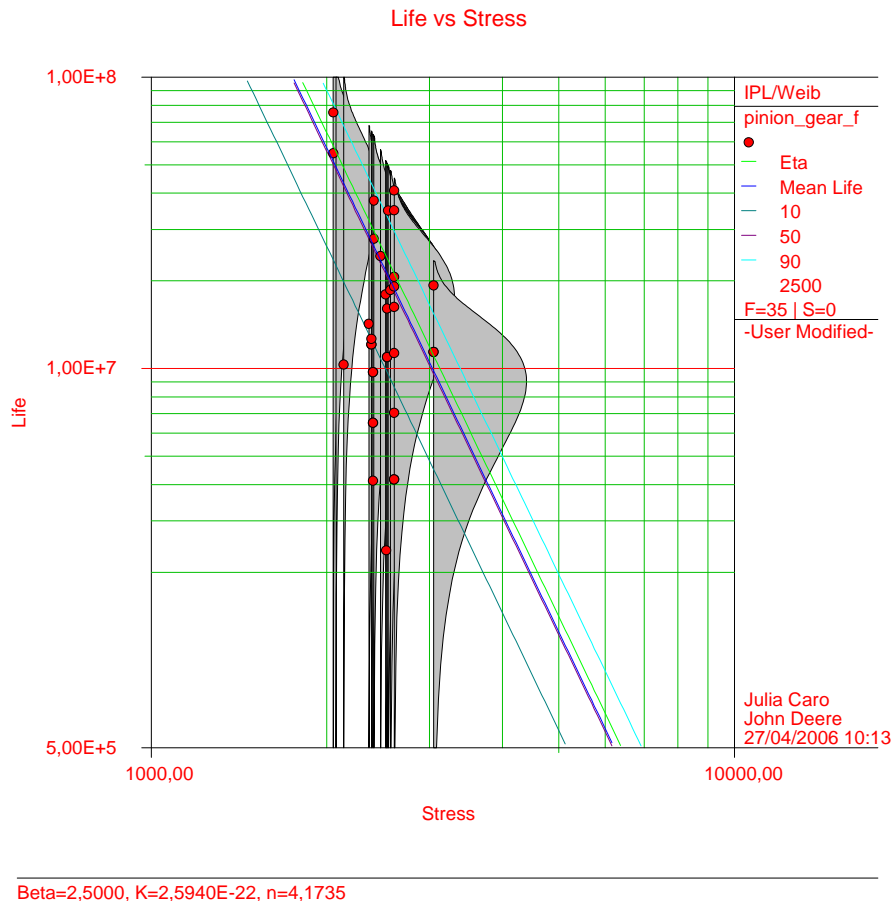


Figura 6.1: Vida frente estrés engranajes rectos, fallo por pitting. Obtenido con programa Alta6.

Donde se ha tenido en cuenta para la obtención de los datos numéricos el percentil L10, o lo que es lo mismo vida 10, que es mas restrictivo ya que se refiere a la supervivencia del 90% de los engranaje, o lo que es lo mismo, el fallo de el 10%.

Ya que el modelo predictivo de fiabilidad utilizado ha sido Ley de potencia inversa como se ha especificado en el punto 5.2 los parámetros numéricos a determinar y obtenidos por el programa Alta 6 han sido:

$$n = 4.1735$$

$$K = 2.594 \cdot 10^{-22}$$

Por lo que la fórmula del modelo predictivo de fiabilidad de las relaciones de carga-vida quedaría de la siguiente manera.

$$L(V) = \frac{1}{2.6 \cdot 10^{-22} V^{4.17}}$$

Y el gráfico de curva S-N logarítmica específica para vida a fatiga de engranajes quedaría de la siguiente manera. En la cual se ha calculado los extremos de la recta según los modelos de cálculo especificados en el punto 5.

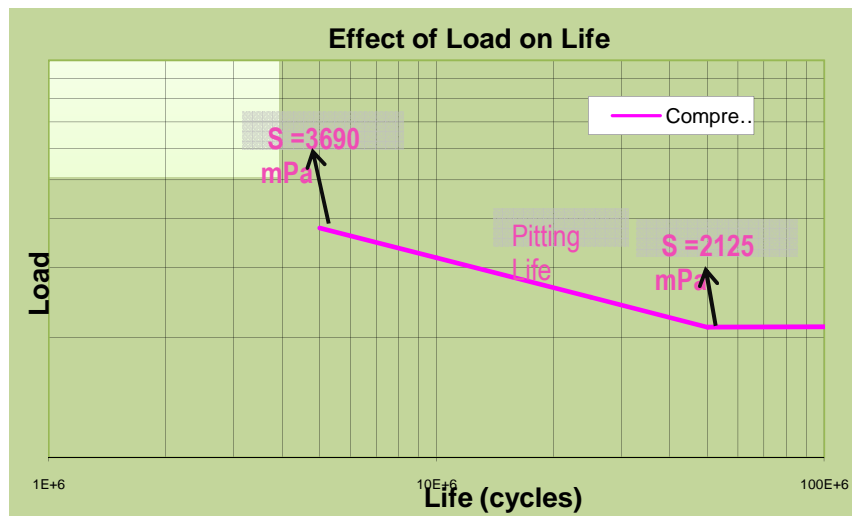


Figura 6.2: Curva S-N logarítmica específica fallos engranajes rectos, estudiados en John Deere ibérica

En el caso tratado la curva de la función de densidad, obtenida con el programa Alta6, quedaría de la siguiente manera:

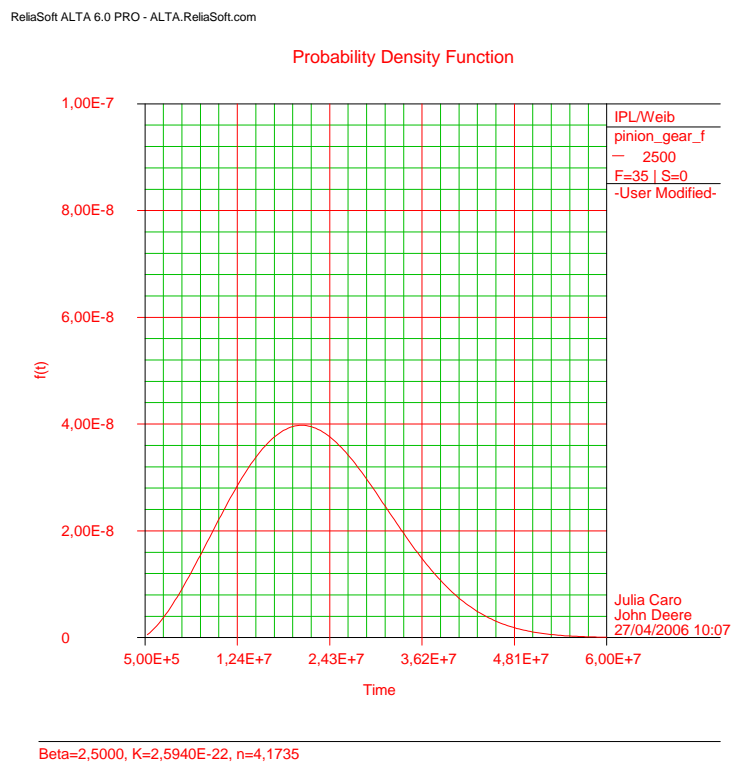


Figura 6.3: Función densidad de la probabilidad, engranajes rectos, fallo por pitting. Obtenido con programa Alta6.

Y la superficie de la función de densidad frente a la tensión y el número de ciclos sería:

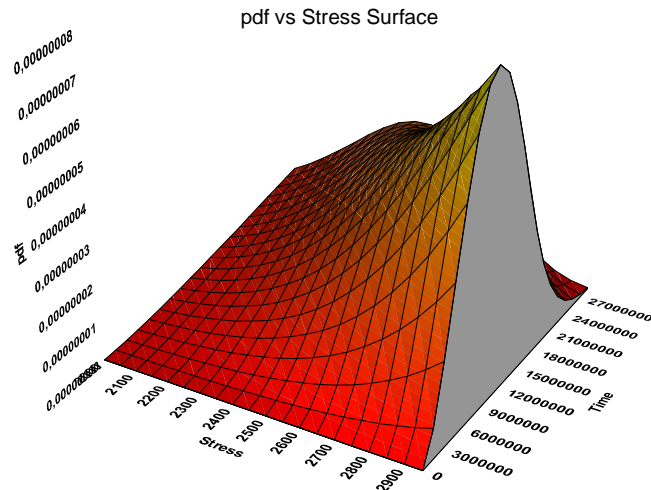


Figura 6.4: Función densidad de la probabilidad frente al estrés, engranajes rectos, fallo por pitting. Obtenido con programa Alta6.

También es de utilidad obtener curva de la función de fiabilidad, la cual sería:

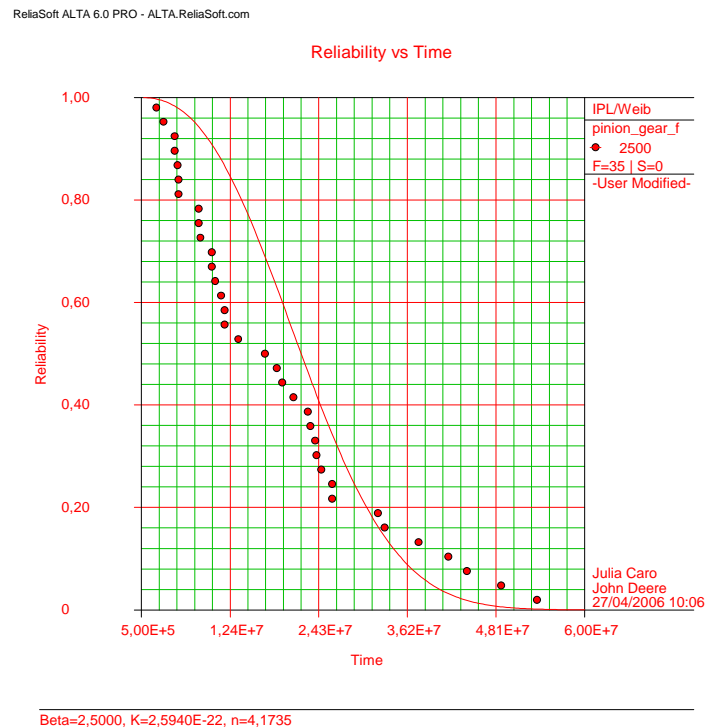


Figura 6.5: Fiabilidad, engranajes rectos, fallo por pitting. Obtenido con programa Alta6.

Y también obteneos la superficie de la función de la fiabilidad frente a la tensión y el número de ciclos.

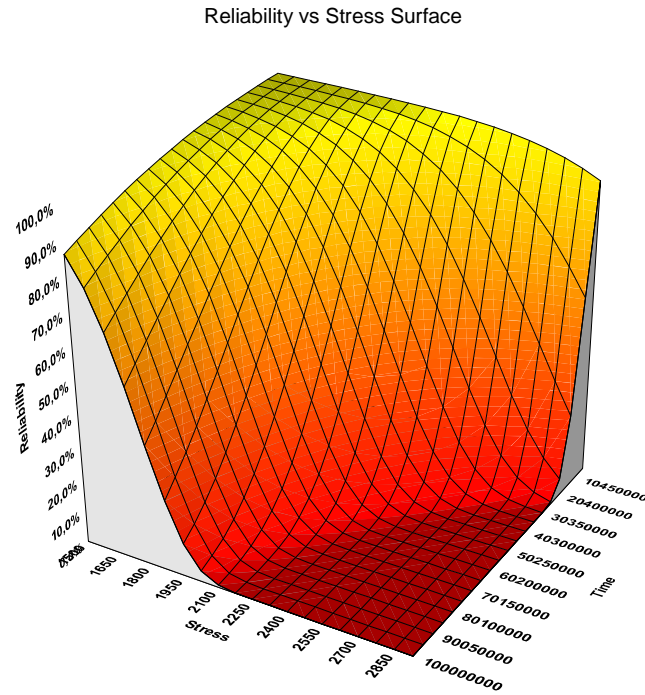


Figura 6.6: Función de fiabilidad frente al estrés, engranajes rectos, fallo por pitting. Obtenido con programa Alta6.

Con el programa utilizado podrían obtenerse muchos gráficos más referentes a este resultado, pero se ha optado por incluir sólo estos ya que se consideran los más representativos para los resultados obtenidos.

7. CONCLUSIONES.

Las conclusiones obtenidas después de analizar los resultados serían las que se enumeran a continuación.

- Los ensayos realizados en John Deere Ibérica durante los últimos veinte años se han realizado únicamente para el estudio de fallo por pitting, es decir, para una durabilidad alta en el tiempo.
- No se han realizado pruebas para el estudio de fallo por rotura o bending, ya que no se han estado aplicando grandes tensiones para pocos ciclos, excepto en un número tan limitado de pruebas que no pueden estudiarse de forma estadística por la gran dispersión que fallarían.
- Los ensayos de fiabilidad realizados como test de vida acelerados no varían el modo de fallo, por lo que pueden seguir empleándose.
- Se puede cuestionar el valor del exponente de vida obtenido $n = 4.2$, ya que en todos los libros de teoría de engranajes cónicos rectos el valor citado es aproximadamente 5.7.
- Se puede cuestionar el modelo de Gleason, ya que los resultados siguiendo su método de estudio de fiabilidad nos llevan a valores con escaso significado.
- El sistema de clasificación de pruebas no es útil para estudios de fallo en elementos concretos de las cajas.
- El programa Alta 6 de Reliasoft, es una herramienta sencilla y efectiva para estudios de vida a fatiga, siempre que haya una muestra suficiente en número de datos y calidad de los mismos.

8. TRABAJOS FUTUROS

Los resultados del presente trabajo abren las puertas a la realización de futuros estudios, y cambios de metodología para optimizar los resultados que se obtienen en las pruebas realizadas en John Deere Ibérica, como por ejemplo:

- Estudio previo antes de realizar las pruebas, de pendiendo del elemento de la caja a probar, y del tipo de fallo a probar.
- Cambio el método de ensayo, para poder estudiar los fallos por bending. Esto en principio podría lograrse subiendo la tensión y bajado los ciclos dentro del rango en las curvas S-N de fallo por bending.
- Estudio de método de ensayo, para los fallos por pitting. Se deben parar los ensayos siempre que se haya fallado, para obtener más datos no censurados para los necesarios estudios futuros que deberían realizarse.
- Debería seguir implementándose la base de datos creada, con los distintos fallos para la mejor clasificación y organización de los datos obtenidos en las pruebas.

9. BIBLIOGRAFÍA.

- [1] Rubén García Sanabria, "Automatización de la célula 149 de mecanizado de engranajes en John Deere Ibérica, S.A." PFC Universidad Carlos III de Madrid.
- [2] Departamento de mecánica, UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI, Universidad pública de Tarragona, Asignatura de Mecánica y teoría de Mecanismos II.
- [3] John J. Coy, 1985, Gearing, Dennis P. Townsend and Erwin V. Zaretsky. Lewis Research Center Cleveland, Ohio, NASA.
- [4] www.tecnologiamecanica.com
- [5] Faydor L. Litvin, December 1997, Development of Gear Technology and Theory of Gearin, University of Illinois at Chicago, Chicago, Illinois, NASA.
- [6] Mayugo Majó, Joan Andreu, Dirección de la tesis Costa Balanzat, Josep, 1955, Estudio constitutivo de materiales compuestos laminados sometidos a cargas cíclicas. RESISTÈNCIA DE MATERIALS I ESTRUCTURES A L'ENGINYERIA, UPC.
- [7] Gear Failures, 1967, Machine Desing.
- [8] Departamento de mecánica, Universidad de Castilla la Mancha, Asignatura de Elementos de máquinas.
- [9] Departamento de mecánica, Universidad de Navarra, Asignatura de Elementos de máquinas.
- [10] Alec Stokes, Manual Gearbox Design, 1992, SAE INTERNATIONAL, Society of Automotive Engineers
- [11] Juan Luis García Pizarro, Diseño para fiabilidad y reducción de costes por garantía, en.ki consultoría y formación.